

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ОДЕСЬКИЙ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ МОРСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ

# РОЗВИТОК ТРАНСПОРТУ

*Науковий журнал*

**ВИПУСК 1(4)**

*Заснований у жовтні 2016 року*

Одеса – 2019

ОДЕСЬКИЙ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ МОРСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ

РОЗВИТОК ТРАНСПОРТУ

НАУКОВИЙ ЖУРНАЛ

№ 1(4)  
2019

Заснований у жовтні 2016 року

Виходить 4 рази на рік

Свідоцтво Міністерства юстиції України  
про державну реєстрацію друкованого засобу масової інформації  
Серія КВ № 22494-12394 ПР від 04.10.2016 р.

Засновник і видавець:  
виз «Одеський національний морський університет»  
Україна, 65029, м. Одеса, вул. Мечникова, 34

Редакційна колегія:

Головний редактор – д.т.н., проф. *Руденко С.В.*  
Заступник головного редактора – к.т.н., доц. *Немчук О.О.*  
Відповідальний секретар – к.е.н., доц. *Мельников С.В.*

Члени редакційної колегії:

д.т.н., проф. *Варбанець А.Р.*, ОНМУ;  
д.т.н., проф. *Дубровський М.П.*, ОНМУ;  
д.т.н., проф. *Єгунов К.В.*, ОНМУ;  
д.е.н., проф. *Постан М.Я.*, ОНМУ;  
д.е.н., проф. *Лапкіна І.О.*, ОНМУ;

д.т.н., доц. *Пітерська В.М.*, ОНМУ;  
д.т.н., проф. *Шахов А.В.*, ОНМУ;  
д.т.н., доц. *Кіріллова О.В.*, ОНМУ;  
*Філіна-Давідович Л.С.*, PhD, DSc,  
Західнопоморський технологічний  
університет в Щецині, Польща.

Рекомендовано до друку Вченою радою  
Одеського національного морського університету  
(протокол № 6 від 24 грудня 2019 р.)

Відповідальність за достовірність фактів, цитат, власних імен, географічних назв,  
назв підприємств, організацій, установ та іншої інформації несуть автори статей.

Висловлені у цих статтях думки можуть не збігатися  
з точкою зору редакційної колегії, не покладають на неї ніяких зобов'язань.  
Передруки і переклади дозволяються лише за згодою автора та редакції.

MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCE OF UKRAINE

ODESSA  
NATIONAL MARITIME UNIVERSITY

# TRANSPORT DEVELOPMENT

*Scientific journal*

**ISSUE 1(4)**

*Founded in October 2016*

**Odesa – 2019**

ODESSA  
NATIONAL MARITIME UNIVERSITY

TRANSPORT DEVELOPMENT

SCIENTIFIC JOURNAL

№ 1(4)  
2019

Founded in October 2016

Frequency: four times a year

Certificate of state registration of the print media issued by the Ministry of Justice of Ukraine  
Series KB № 22494-12394 ІП dated 04.10.2016

Founder and publisher:  
HEI “Odessa National Maritime University”  
Ukraine, 65029, Odesa, 34 Mechnykova St.

Editorial Board:

Editor-in Chief: Doctor of Engineering, Professor *Rudenko S.V.*  
Deputy Editor-in Chief: PhD in Engineering, Associate Professor *Nemchuk O.O.*  
Executive Secretary: PhD in Engineering, Associate Professor *Melnykov S.V.*

Editorial Board Members:

Doctor of Engineering, Prof. <i>Varbanets A.R.</i> , ONMU;	Doctor of Engineering, Associate Professor <i>Piterska V.M.</i> , ONMU;
Doctor of Engineering, Prof. <i>Dubrovskiy M.P.</i> , ONMU;	Doctor of Engineering, Prof. <i>Shakhov A.V.</i> , ONMU;
Doctor of Engineering, Prof. <i>Yehupov K.V.</i> , ONMU;	Doctor of Engineering, Associate Professor <i>Kirillova O.V.</i> , ONMU;
Doctor of Engineering, Prof. <i>Postan M.Ia.</i> , ONMU;	<i>Filina-Davidovych L.S.</i> , PhD, DSc, West Pomeranian University of Technology in Szczecin, Poland.
Doctor of Engineering, Prof. <i>Lapkina I.O.</i> , ONMU;	

Recommended for printing by the Academic Council of Odessa National Maritime University  
(Minutes No 6 dated December 24, 2019)

Authors are responsible for the reliability of facts, quotes, proper names, geographical names,  
names of enterprises, organizations, institutions and other information.

The Editorial Board may not share the authors' opinion  
and assumes no responsibility for the content of manuscripts.

Reprinting and translation are allowed with the consent of author and editors.

З М І С Т

---

---

**СУДНОВІ ЕНЕРГЕТИЧНІ УСТАНОВКИ  
ТА ТЕХНІЧНА ЕКСПЛУАТАЦІЯ**

**Варбанец Р.А., Ивановский В.Г., Кырнац В.И., Ерыганов А.В.**  
Диагностика и повышение эффективности ремонта  
и эксплуатации тепловозных дизелей.....7

**ПІДЙОМНО-ТРАНСПОРТНІ МАШИНИ**

**Немчук А.О., Стрельцов П.М.**  
Численные методы решения оптимальных задач  
о транспортировке груза на подвесе переменной длины.....24

**ЛОГІСТИЧНИЙ МЕНЕДЖМЕНТ**

**Питерская В.М.**  
Роль таможенной деятельности  
в логистическом процессе товародвижения..... 38

**Постан М.Я., Постан М.Я.**  
О вероятностном аналоге модели Уилсона  
для определения оптимального размера поставок партии товара..... 48

**ОЛІГОПОЛІЯ ТА ІНШІ РИНКИ  
НЕДОСКОНОЛОЇ КОНКУРЕНЦІЇ**

**Melnikov S.V.**  
Cournot competition yields spatial dispersion.....57

CONTENTS

---

---

**SHIP POWER PLANTS  
AND TECHNICAL MAINTENANCE**

**Varbanets R., Ivanovsky V., Kyrnats V., Eryganov A.**  
Diesel engines diagnosis and improvement of repair and operation.....7

**HANDLING MACHINERY**

**Nemchuk A.O., Streltsov P.M.**  
Numerical methods of solution of problems about time optimal transference  
of load on the rope with varying length.....24

**LOGISTICAL MANAGEMENT**

**Piterskaya V.M.**  
Role of customs activity  
in the logistic process of trade traffic.....38

**Postan M.Ya.**  
About probabilistic analogue of Wilson's model  
for determining the optimal size of delivery of a goods party.....48

**OLIGOPOLY AND OTHER MARKETS  
OF IMPERFECT COMPETITION**

**Melnikov S.V.**  
Cournot competition yields spatial dispersion.....57

## СУДНОВІ ЕНЕРГЕТИЧНІ УСТАНОВКИ ТА ТЕХНІЧНА ЕКСПЛУАТАЦІЯ

УДК 621.43.041.6

DOI: 10.33082/td.2019.1-4.01

### ДИАГНОСТИКА И ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ РЕМОНТА И ЭКСПЛУАТАЦИИ ТЕПЛОВОЗНЫХ ДИЗЕЛЕЙ

Р.А. Варбанец<sup>1</sup>, В.Г. Ивановский<sup>2</sup>, В.И. Кырнац<sup>3</sup>, А.В. Ерыганов<sup>4</sup>

<sup>1</sup> д.т.н., зав. кафедрой «Судовые энергетические установки и техническая эксплуатация»,  
Одесский национальный морской университет, Одесса, Украина,  
ORCID ID: 0000-0001-6730-0380, roman.varbanets@gmail.com

<sup>2</sup> д.т.н., профессор кафедры «Судовые энергетические установки  
и техническая эксплуатация»,  
Одесский национальный морской университет, Одесса, Украина, roman@osmi.odessa.ua

<sup>3</sup> к.т.н., доцент кафедры «Судовые энергетические установки  
и техническая эксплуатация»,  
Одесский национальный морской университет, Одесса, Украина,  
ORCID ID: 0000-0002-8308-7994, kirnacsvlad@gmail.com

<sup>4</sup> к.т.н., доцент кафедры «Судовые энергетические установки  
и техническая эксплуатация»,  
Одесский национальный морской университет, Одесса, Украина,  
ORCID ID: 0000-0002-9736-3662, a.yeryganov@gmail.com

#### Аннотация

**Введение.** В практике эксплуатации и ремонта тепловозных дизелей нередко случаи выпуска дизеля в эксплуатацию после ремонта с не до конца устранённым набором дефектов топливной аппаратуры высокого давления, цилиндропоршневой группы и механизма газораспределения и достаточно большой неравномерностью распределения мощностей по цилиндрам. Известно, что в процессе эксплуатации, особенно в условиях частых изменений нагрузок, число эксплуатационных дефектов увеличивается. Трудно выявляемые дефекты топливной аппаратуры, цилиндропоршневой группы и механизма газораспределения приводят к неравномерному распределению мощностей по цилиндрам, повышению общего уровня вибрации, существенно повышению удельного расхода топлива и еще большему выбросу сажи и вредных веществ на переходных режимах. При этом плановые ремонтные работы не всегда устраняют все имеющиеся на двигателе дефекты потому, что, во-первых, отсутствует детальная картина дефектов отдельных узлов перед ремонтом и, во-вторых, отсутствует параметрический контроль состояния топливной аппаратуры высокого давления, цилиндропоршневой группы и механизма газораспределения после проведения ремонтных работ. **Цель.** Актуальной является задача эффективной и достоверной диагностики технического состояния узлов двигателя перед проведением ремонтных работ для точной детализации объёма предстоящего ремонта. А также последующий контроль качества проведенных ремонтных работ, в

результате которого могут быть выявлены оставшиеся не устранённые дефекты. После устранения дефектов необходимо равномерно распределить нагрузку между цилиндрами, что должно производиться выравниванием средних индикаторных давлений  $P_i$  (MIP) при допустимых отклонениях  $P_z$ , давлений в конце сжатия  $P_c$  и температур выпускных газов  $T_{exh}$ . **Результаты.** Исследования рабочего процесса, проведенные сотрудниками кафедры СЭУ и ТЭ Одесского национального морского университета, показали, что во время реостатных испытаний дизелей K6S310DR можно оперативно получать достоверную диагностическую информацию. Это производится с помощью параллельного анализа индикаторных диаграмм и вибродиаграмм топливной аппаратуры высокого давления, цилиндропоршневой группы и механизма газораспределения дизеля. Спектральный анализ виброакустических сигналов газотурбонагнетателя и аналитический метод устранения эффекта утечки мощности в дискретном спектре позволяет осуществлять оперативную диагностику уровня колебаний ротора газотурбонагнетателя. **Выводы.** Указанные методы, реализованные в системе DEPAS, разработанной специалистами Одесского национального морского университета, могут быть эффективно применены в практике эксплуатации тепловозных дизелей.

**Ключевые слова:** тепловозные дизели, эксплуатация и ремонт, параметрическая диагностика, топливная аппаратура, газораспределение, газотурбонагнетатель, виброакустический анализ.

УДК 621.43.041.6

#### ДІАГНОСТИКА І ПІДВИЩЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ РЕМОНТУ І ЕКСПЛУАТАЦІЇ ТЕПЛОВИЗНИХ ДИЗЕЛІВ

Р.А. Варбанец<sup>1</sup>, В.Г. Ивановский<sup>2</sup>, В.И. Кырнац<sup>3</sup>, А.В. Ерыганов<sup>4</sup>

<sup>1</sup> д.т.н., зав. кафедрою «Суднові енергетичні установки та технічна експлуатація»,  
Одеський національний морський університет, Одеса, Україна,  
ORCID ID: 0000-0001-6730-0380, roman.varbanets@gmail.com

<sup>2</sup> д.т.н., професор кафедри «Суднові енергетичні установки та технічна експлуатація»,  
Одеський національний морський університет, Одеса, Україна, roman@osmi.odessa.ua

<sup>3</sup> к.т.н., доцент кафедри «Суднові енергетичні установки та технічна експлуатація»,  
Одеський національний морський університет, Одеса, Україна,  
ORCID ID: 0000-0002-8308-7994, kirnacsvlad@gmail.com

<sup>4</sup> к.т.н., доцент кафедри «Суднові енергетичні установки та технічна експлуатація»,  
Одеський національний морський університет, Одеса, Україна,  
ORCID ID: 0000-0002-9736-3662, a.yeryganov@gmail.com

#### Анотація

**Вступ.** У практиці експлуатації і ремонту тепловозних дизелів можливі випадки виходу дизеля в експлуатацію після ремонту з не до кінця усунутим набором дефектів паливної апаратури високого тиску, циліндропоршнєвої групи і механізму газорозподілу і досить великою нерівномірністю розподілу потужностей по циліндрах. Відомо, що в процесі експлуатації, особливо в умовах частих змін навантажень, число експлуатаційних дефектів збільшується. Неочевидні недоліки паливної апаратури, циліндропоршнєвої групи і механізму газорозподілу при-

зводять до нерівномірного розподілу потужностей по циліндрах, підвищенню рівня вібрації, суттєвого підвищення питомої витрати палива і ще більшого викиду сажі і шкідливих речовин на перехідних режимах. При цьому планові ремонтні роботи не завжди усувають всі наявні на двигуні дефекти тому, що, по-перше, відсутня детальна картина дефектів окремих вузлів перед ремонтом і, по-друге, відсутній параметричний контроль стану паливної апаратури високого тиску, циліндропоршневої групи і механізму газорозподілу після проведення ремонтних робіт. **Мета.** Актуальною є задача ефективної і достовірної діагностики технічного стану вузлів двигуна перед проведенням ремонтних робіт для точної деталізації обсягу майбутнього ремонту. А також подальший контроль якості проведених ремонтних робіт, в результаті якого можуть бути виявлені ще не усунуті дефекти. Після усунення дефектів необхідно рівномірно розподілити навантаження між циліндрами, що має проводитися вирівнюванням середніх індикаторних тисків  $P_i$  (MIP) при допустимих відхиленнях  $P_z$ , тисків в кінці стиснення  $P_c$  і температур випускних газів  $T_{exh}$ . **Результати.** Дослідження робочого процесу, проведені співробітниками кафедри СЕУ і ТЕ Одеського національного морського університету, показали, що під час реостатних випробувань дизелів K6S310DR можлива оперативна діагностика двигуна. Це робиться за допомогою паралельного аналізу індикаторних діаграм і вібродіаграм паливної апаратури високого тиску, циліндропоршневої групи і механізму газорозподілу дизеля. Спектральний аналіз віброакустичних сигналів газотурбонагнітача і аналітичний метод усунення ефекту витoku потужності в дискретному спектрі дозволяє здійснювати оперативну діагностику рівня коливань ротора газотурбонагнітача. **Висновки.** Зазначені методи, реалізовані в системі DEPAS, розробленої фахівцями Одеського національного морського університету, можуть бути ефективно застосовані в практиці експлуатації тепловозних дизелів.

**Ключові слова:** тепловозні дизелі, експлуатація і ремонт, параметрична діагностика, паливна апаратура, газорозподіл, газотурбонагнітач, віброакустичний аналіз.

UDC 621.43.041.6

## DIESEL ENGINES DIAGNOSIS AND IMPROVEMENT OF REPAIR AND OPERATION

R. Varbanets<sup>1</sup>, V. Ivanovsky<sup>2</sup>, V. Kyrnats<sup>3</sup>, A. Eryganov<sup>4</sup>

<sup>1</sup> DSc, Head of the Department „Marine Power Plants and Technical Operation”,  
Odessa National Maritime University, Odessa, Ukraine,  
ORCID ID: 0000-0001-6730-0380, roman.varbanets@gmail.com

<sup>2</sup> DSc, Associate Professor of the Department „Marine Power Plants and Technical Operation”,  
Odessa National Maritime University, Odessa, Ukraine, roman@osmu.odessa.ua

<sup>3</sup> PhD, Associate Professor of the Department „Marine Power Plants and Technical Operation”,  
Odessa National Maritime University, Odessa, Ukraine,  
ORCID ID: 0000-0002-8308-7994, kirnacsvlad@gmail.com

<sup>4</sup> PhD, Associate Professor of the Department „Marine Power Plants and Technical Operation”,  
Odessa National Maritime University, Odessa, Ukraine,  
ORCID ID: 0000-0002-9736-3662, a.yeryganov@gmail.com

### **Abstract**

**Introduction.** In the practice of operating and repairing locomotive diesel engines there are cases when a diesel engine is put into operation after repair works with a set of defects of the high-pressure fuel equipment, the cylinder-piston group and the valve timing gear; and rather large uneven distribution of power over the cylinders which has not been fully remedied. It is known that during operation, especially in conditions of frequent load changes, the number of operational defects increases. Hard-to-detect defects in the fuel equipment, the cylinder-piston group and the valve timing gear lead to an uneven distribution of power over the cylinders, an increase in the overall level vibration, a significant increase in specific fuel consumption and an even greater soot emission and hazardous substances during transient conditions. Moreover, routine maintenance work does not always eliminate all defects on the engine, because, firstly, there is no detailed picture of the defects of the individual components before the repairs and, secondly, there is no parametric testing of the condition of the high-pressure fuel equipment, the cylinder-piston group and the valve timing gear after repair work. **Purpose.** The task of the effective and reliable diagnostics of the technical condition of the engine components before carrying out repair work to accurately detail the scope of the upcoming repair is crucial as well as the subsequent quality control of the repairs, as a result of which the remaining unresolved defects can be identified. After eliminating defects, it is necessary to evenly distribute the load between the cylinders, which should be done by balancing the mean indicated pressure  $P_i$  (MIP) with the permissible pressure deviations  $P_z$  at the end of compression  $P_c$  and exhaust gas temperatures  $T_{exh}$ . **Results.** The research of the working process undertaken by the staff of the Department of Ship Power Plants and Technical Maintenance of Odessa National Maritime University showed that during rheostat tests of K6S310DR diesel engines it is possible to promptly obtain reliable diagnostic information. This is done by using parallel analysis of the pressure-volume diagrams and vibration records of the high-pressure fuel equipment, the cylinder-piston group and the valve timing gear. The spectral analysis of vibroacoustic signals of the gas turbocharger and the analytical method for eliminating the effect of power leakage in the discrete spectrum allows for on-line diagnostics of the oscillation level of the gas turbocharger rotor. **Conclusions.** These methods, implemented in the DEPAS system developed by the specialists of Odessa National Maritime University, can be effectively used in practice of operating locomotive diesel engines.

**Key words:** diesel engines, operation and repair, parametric diagnostics, fuel equipment, gas distribution, gas turbine, vibro-acoustic analysis.

### **Введение**

Эксплуатация тепловозов связана с частыми изменениями нагрузочных режимов. При этом работа среднеоборотных тепловозных дизелей возможна как в условиях резкой перегрузки, так и в условиях длительной работы на режимах малой мощности. В обоих случаях происходит неполное сгорание топлива, сопровождаемое характерными выбросами черного дыма. При резком повышении нагрузки и большой цикловой подаче топлива не хватает воздушного заряда и происходит неполное сгорание топлива с повышенным выделением сажи. На режиме малых нагрузок не хватает энергии выпускных газов для нормальной работы системы турбонаддува, и при низком давлении наддувочного воздуха также происходит неполное сгорание с повышенной эмиссией вредных веществ. Неполное сгора-

ние связано с уменьшением мощности и значительным повышением удельного расхода топлива (до 35 % и выше [1]), а также предельно допустимых концентраций вредных веществ в выпускных газах: сажи,  $\text{CO}_2$ ,  $\text{NO}_x$  и др. Кроме проблем, связанных с нарушениями экологических требований, результаты неполного сгорания в тепловозных дизелях вызывают особый дискомфорт в больших городах, т. к. железнодорожные вокзалы находятся, как правило, в исторических центрах.

Указанные проблемы тепловозных дизелей, связанные с неполным сгоранием топлива, значительно усугубляются при накоплении эксплуатационных дефектов топливной аппаратуры (ТА), цилиндропоршневой группы (ЦПГ), механизма газораспределения (МГР) и системы газотурбонаддува (ГТН).

В процессе эксплуатации, особенно в условиях частых изменений нагрузок, число эксплуатационных дефектов увеличивается. Некритические и трудно выявляемые дефекты ТА, ЦПГ и МГР приводят к неравномерному распределению мощностей по цилиндрам, повышению общего уровня вибрации, существенному повышению удельного расхода топлива и еще большему выбросу сажи и вредных веществ на переходных режимах. При этом плановые ремонтные работы не всегда устраняют все имеющиеся на двигателе дефекты потому, что, во-первых, отсутствует детальная картина дефектов отдельных узлов перед ремонтом и, во-вторых, отсутствует параметрический контроль состояния ТА, ЦПГ и МГР после проведения ремонтных работ.

### Постановка задачи

В практике эксплуатации и ремонта тепловозных дизелей (так же, как и морских) нередки случаи выпуска дизеля в эксплуатацию после ремонта с не до конца устранённым набором дефектов ТА, ЦПГ и МГР и достаточно большой (7–10 %) неравномерностью мощностей цилиндров [2]. Это происходит вследствие того, что отсутствует возможность детального контроля параметров рабочего процесса, топливоподачи и газораспределения. При этом в работах [1–3] показано, что классический анализ одних лишь только индикаторных диаграмм не дает полной диагностической картины состояния ЦПГ, ТА и МР.

Разные дефекты могут практически одинаково влиять на индикаторную диаграмму, поэтому даже опытный инженер может ошибаться в истинной причине неисправностей. Самый характерный пример тому – определенное по индикаторной диаграмме позднее сгорание или догорание топлива на линии расширения, сопровождаемое повышенной дымностью выпуска, снижением мощности и повышением температуры выпускных газов [1, 2]. Признаки такого дефекта следующие: снижение уровня и отклонение фазы максимального давления сгорания  $P_z$  вправо от ВМТ на линию расширения; повышение давления в точке  $P_{exp}$  ( $36^\circ$  поворота коленчатого вала (ПКВ) за ВМТ); смещение в сторону линии расширения фазы начала сгорания  $\varphi_{Pc'}$ , возможное снижение расчетного значения среднего индикаторного давления  $P_i$  (МIP). Такие признаки характерны, в первую очередь, для износа и снижения гидроплотности плунжерной пары. В то же время, смещение начала впрыска топлива из-за неправильной установки кулачной шайбы или положения топливного насоса высокого давления (ТНВД) дает такие

же признаки при параметрическом анализе индикаторной диаграммы. Кроме того, ухудшение качества распыливания топлива вследствие разного рода дефектов форсунки также дает аналогичные признаки [1, 3].

Таким образом, актуальной является задача эффективной и достоверной диагностики технического состояния ТА, ЦПГ и МГР перед проведением ремонтных работ для точной детализации объема предстоящего ремонта. А также последующий контроль качества проведенных ремонтных работ, в результате которого могут быть выявлены оставшиеся не устраненные дефекты. После устранения дефектов необходимо равномерно распределить нагрузку между цилиндрами, что должно производиться выравниванием средних индикаторных давлений  $P_i$  (MIP) при допустимых отклонениях  $P_z$ , давлений в конце сжатия  $P_c$  и температур выпускных газов  $T_{exh}$ .

**Целью исследования** является точное и детальное определение картины дефектов основных узлов дизеля перед ремонтом и контроль качества проведенных ремонтных работ с помощью комплексной параметрической диагностики рабочего процесса дизеля [4, 5].

Применяемые в настоящее время системы диагностирования среднеоборотных дизелей (*Kuma, Premet, Malin, Autronica*) используют аппаратную синхронизацию данных [1, 3]. Это осложняет процесс диагностирования, т. к. необходима установка и настройка фазового датчика на маховике двигателя перед диагностированием. Процедура установки фазового датчика связана с выводом дизеля из эксплуатации и требует временных и материальных затрат. Кроме того, крутильные колебания, выборка микролюфтов кривошипно-шатунного механизма и разного рода искажения сигнала в канале индикаторного крана увеличивают погрешность аппаратной синхронизации.

Применяемые в системах Maridis технологии параллельного анализа сверхвысокочастотных ультразвуковых полей топливной аппаратуры и механизма газораспределения позволяет определять факт наличия протечек, но при этом не дает точной картины дефектов ТА и МГР [6]. При этом очевидно, что перед ремонтом двигателей необходимо знать фактически фазы топливоподачи и характер работы топливной аппаратуры, а также фактически фазы газораспределения и возможную асинхронность в работе клапанов. Подобные дефекты не точно проявляются при анализе ультразвуковых диаграмм в системах Maridis. Кроме того, протечки в рабочем цилиндре могут быть определены по снижению уровня  $P_c$ , а протечки в топливной аппаратуре высокого давления приводят к однозначным и характерным искажениям индикаторных диаграмм [1, 2].

Решение задачи детальной пред- и постремонтной диагностики тепловозных дизелей K6S310DR, как и других среднеоборотных дизелей с индикаторными кранами, связано с технологиями мониторинга рабочего процесса, примененными в системах DEPAS [1–4]. В этих системах параллельно с индикаторной диаграммой анализируются вибродиаграммы, записанные в определенных точках на узлах ТА, МГР и ЦПГ [3]. Для синхронизации данных используются расчетные методы определения ВМТ цилиндра с погрешностью менее  $0,5^\circ$  ПКВ [1], что исключает необходимость предварительной подготовки двигателя и делает процесс диагностирования быстрым и эффективным в условиях проведения реостатных испытаний [2].

Сотрудниками кафедры «Судовых энергетических установок и технической эксплуатации (СЭУ и ТЭ)» Одесского национального морского университета (ОНМУ) были проведены испытания тепловозных дизелей с помощью разработанной системы DEPAS D4.0HT, которые показали высокую информативность и преимущества применяемых в системе методов диагностирования [2, 5].

Индицирование и параметрическая диагностика дизелей *K6S310DR* маневровых тепловозов ЧМЭЗ №№ 7037, 4993, 3615, 2997, 3107 и др. производилось на станции реостатных испытаний локомотивного депо № 1 Одесса-Сортировочная Одесской железной дороги (рис. 1). По требованию локомотивной службы дороги индицирование производилось дважды: до и после плановых ремонтных работ. При необходимости, если после ремонта выявлялись критические замечания, циклы ремонт-индицирование повторялись.



*Рис. 1. Индицирование дизеля тепловоза ЧМЭЗ на станции реостатных испытаний в локомотивном депо № 1, Одесса-Сортировочная.*

*Источник: Собственная разработка*

Дизель марки *K6S310DR*, установленный на тепловозах ЧМЭЗ, работает как дизель-генератор. Тепловоз приводится в движение с помощью электродвигателей, которые получают электропитание от этого генератора. Дизель *K6S310DR* – рядный шестицилиндровый с рабочим объёмом 163 л, с турбонаддувом и промежуточным охлаждением наддувочного воздуха [7, 8] (рис. 2). На диагностируемых тепловозах дизели модернизированы так, что при частоте вращения  $775 \text{ мин}^{-1}$  развивали мощность 1100 кВт [2]. На холостом ходу частота вращения –  $350 \text{ мин}^{-1}$ . Поршень выполнен с камерой сгорания, его диаметр – 310 мм, ход – 360 мм. В [2] указано, что удельный эффективный расход топлива этих дизелей снижен (!) до  $225 \text{ г/(кВт·ч)}$ .

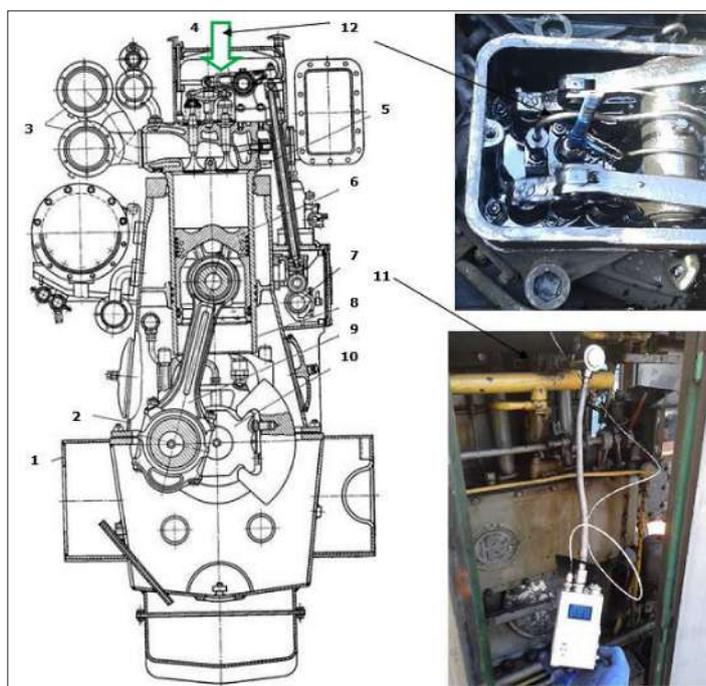


Рис. 2. Дизель K6S310DR [1]:

1 – рама; 2 – блок; 3 – выпускные коллекторы; 4 – привод клапана;  
5 – крышка цилиндра; 6 – поршень; 7 – распределительный вал; 8 – втулка цилиндра; 9 – шатун; 10 – коленчатый вал; 11 – система мониторинга D4.0H [3]. Датчик давления PS-20m на индикаторном кране; 12 – вибродатчик VS-20m установлен на торец форсунки, колпак крышки цилиндра снят.

В настоящее время такая величина удельного расхода топлива не может выдерживать конкуренции с современными среднеоборотными дизелями основных фирм: Wärtsilä, Caterpillar, Deutz, MTU и др., которые заявляют величины удельного расхода топлива SFOC меньше 200 г/(кВт·ч). Например, СОД Wärtsilä 6L32 с системой топливоподачи Common rail при аналогичной частоте вращения – 775 мин<sup>-1</sup> и цилиндровой мощности 500 кВт(!) имеет удельный эффективный расход топлива SFOC = 176 г/(кВт·ч) [2]. В процессе эксплуатации, при ухудшении технического состояния дизеля K6S310DR, его мощность снижается, а удельный расход еще больше увеличивается, почти «достигая показателей» самых первых компрессорных дизелей Рудольфа Дизеля – 300 г/(кВт·ч). Не допускать такой ситуации и придерживаться, хотя бы приблизительно, паспортных значений мощности и расхода можно только путем поддержания нормального технического состояния дизеля, регулярного выявления и устранения неисправностей, а также регулировки ТА и МГР с помощью мониторинга рабочего процесса и параметрической диагностики.

Проведение исследований системой DEPAS на дизеле K6S310DR показало, что можно оперативно получить достоверную диагностическую информацию о техническом состоянии ТА и МГР. В условиях реостатных испытаний датчик давления (см. рис. 2, 11) переносится с цилиндра на цилиндр, при этом выдерживается

постоянная нагрузка (6, 7 или 8 ступень, т. е. больше 60 % от номинала). Вибродатчик VS-20m устанавливается на торец форсунки со стороны крышек цилиндров, при этом колпак на индицируемом цилиндре снят. При снятом колпаке разбрызгивание масла незначительное, и установка датчика VS-20m с магнитной основой производится удобно, если использовать удлинитель корпуса датчика, см. рис. 2 (12).

Система мониторинга DEPAS D4.0H [1, 3, 4] используется на судовых, железнодорожных и стационарных дизельных установках с 2005 года. За это время накоплен большой опыт эксплуатации, позволивший усовершенствовать и развить ее основные расчетные алгоритмы. Два основных характерных отличия системы, позволяющих производить качественную и быструю параметрическую диагностику дизелей: 1) параллельный анализ давления в цилиндре, топливоподдачи и газораспределения; 2) использование расчетного алгоритма синхронизации данных.

Диагностические параметры рабочего процесса дизеля, определяемые системой, приведены на рис. 3. Они определяются по трем информационным каналам: давлению газов в цилиндре в течение рабочего цикла, вибродиаграмме процесса впрыскивания топлива и вибродиаграмме работы клапанов газораспределения.

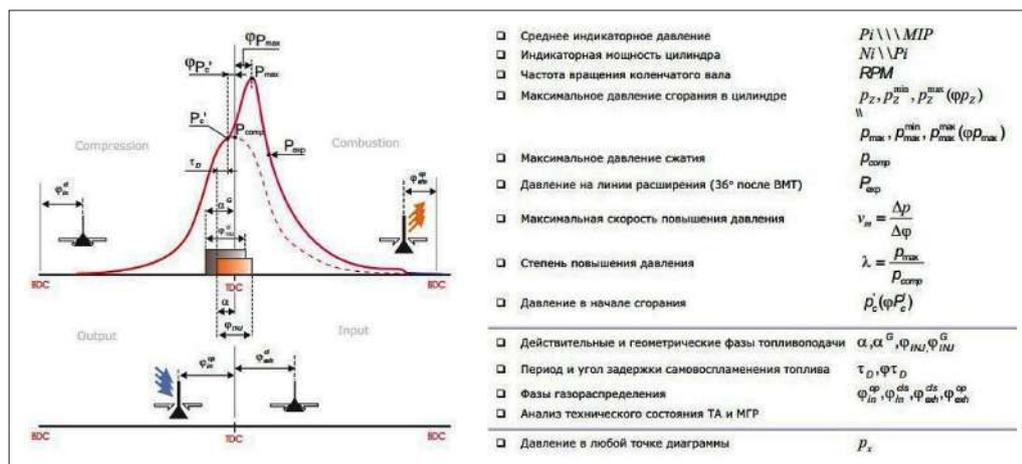


Рис. 3. Параметры рабочего процесса дизеля, определяемые системой DEPAS D4.0H. Источник: [1]

Основным измерительным элементом систем является датчик давления газов в цилиндре дизеля PS-20m [3]. Данные используются для расчета среднего индикаторного давления, индикаторной мощности цилиндра и определения основных параметров рабочего процесса. Вибродатчик VS-20m является вспомогательным датчиком системы [3]. Анализ виброимпульсов различных узлов топливной аппаратуры и цилиндропоршневой группы дизеля позволяет определять фазы топливоподдачи и газораспределения, а также производить оценку технического состояния по формам вибродиаграмм.

Среднее индикаторное давление рабочего цикла рассчитывается по дискретно записанной развернутой индикаторной диаграмме методом приращенных объемов. Шаг дискретизации  $\Delta \varphi \leq 0,5^\circ$  поворота коленчатого вала:

$$p_i = \frac{1}{V_s} \sum_{j=1}^m \frac{p_{j+1} + p_j}{2} (V_{j+1} - V_j),$$

где  $m$  – количество участков разбиения индикаторной диаграммы.

Для каждого угла поворота  $\varphi_j$  коленчатого вала текущий объем цилиндра записывается в виде:

$$V_j = V_c + 0,5V_s \left[ 1 + \frac{1}{\lambda_{ш}} - \cos \varphi_j - \frac{1}{\lambda_{ш}} \sqrt{1 - (\lambda_{ш} \sin \varphi_j)^2} \right],$$

где  $V_c$  – объем камеры сжатия;

$\lambda_{ш} = S / 2L_{ш}$  – отношение радиуса мотыля коленчатого вала к длине шатуна между осями его подшипников.

Индикаторная мощность дизеля рассчитывается по формуле

$$N_i = c_1 D^2 S n p_i,$$

где  $n$  – частота вращения КВ двигателя, мин<sup>-1</sup>;

$i$  – число цилиндров;

$c_1$  – коэффициент, учитывающий тактность дизеля и размерности входных величин для приведения результата к системе СИ ( $c_1 = 6,55$  для 4-х тактных дизелей;  $c_1 = 13,1$  для 2-х тактных дизелей).

Условие определения угла момента начала самовоспламенения топлива:

$$\left( \frac{d^2 p}{d\varphi^2} \right)_{MAX} = \left( \frac{d^2 p}{d\varphi_{Pc}^2} \right).$$

Вторая производная  $d^2 p / d\varphi^2$  рассчитывается для участка от  $\varphi = \varphi_0,5P_c$  – середина участка сжатия, до  $\varphi = \varphi_{P_{max}}$  с заданным шагом  $\Delta\varphi$  по формуле численного дифференцирования.

Для практической оценки механической жесткости используется средняя скорость нарастания давления от угла начала сгорания  $\varphi_{Pc}'$  до угла максимального давления сгорания  $\varphi_{Pz}$  [5]:

$$\bar{v}_m = \frac{\Delta p}{\Delta\varphi}, \text{ где } \Delta p = p_z - p_c', \Delta\varphi = \varphi_{Pz} - \varphi_{Pc}'.$$

Другие параметры рабочего процесса, показанные на рис. 3, а также фазы топливоподачи и газораспределения определяются с помощью методов, описанных в [4, 5].

Результаты индицирования дизеля *K6S310DR* маневрового тепловоза ЧМЭЗ до и после ремонтных работ приведены на рис. 4. Во время первого индицирования были зафиксированы значительные различия температур выпускных газов между цилиндрами (более 50 °С). Индицирование показало неравномерность мощностей цилиндров и максимальных давлений сгорания до 20 %, рис. 4, а1.



На цилиндрах № 1, 2, 4 наблюдался дробный впрыск топлива. Кроме того, на цилиндрах № 1, 4 замена форсунок не привела сразу к исправлению ситуации, и дробный впрыск сохранился. Вибродиаграмма, записанная напротив отсечного окна ТНВД, имеет форму, характерную для случая сниженного давления топливоподачи в результате потери гидроплотности плунжерной пары (см. рис. 4, с). В этом случае наблюдается несколько виброимпульсов вместо двух – импульса начала подачи топлива и импульса отсечки.

С использованием полученных диагностических данных было проведено несколько циклов ремонтных работ с последующим индицированием и выявлением оставшихся дефектов. После окончания ремонтных работ индицирование показало следующие результаты:

- уменьшена неравномерность распределения мощностей по цилиндрам до 3 %, рис. 4, a2;

- уменьшена неравномерность распределения максимальных давлений сгорания по цилиндрам до 3,5 %;

- уменьшена неравномерность распределения максимальных температур выпускных газов по цилиндрам до 5 %;

- вибродиаграммы впрыска, записанные с торца форсунок на всех цилиндрах, характерны для нормальной работы ТА высокого давления в целом (двухимпульсные диаграммы с четко выраженными передними фронтами – подъем и посадка иглы форсунки, рис. 4, b2).

- вибродиаграммы закрытий впускных и выпускных клапанов имеют вид, характерный для синхронной работы клапанов (один импульс), причем максимумы виброимпульсов показывают фазы закрытий, совпадающие с их паспортными значениями, рис. 4, b2. Это характеризует нормальную установку тепловых зазоров и, в целом, нормальное техническое состояние привода МГР.

В случае однофазного впрыска, применяемого на дизелях *K6S310DR*, нормальная работа топливной аппаратуры высокого давления должна приводить, в конечном итоге, к подъему и посадке иглы в определенных заданных фазах, см. рис. 4, b2. При этом подъем иглы форсунки должен происходить с определенным углом опережения до ВМТ для этого типа дизелей (т. е. выдерживаться фактический угол опережения впрыска). Любые изменения фаз подъема и посадки иглы (начала и окончания впрыска), а также многократные подрывы иглы являются следствием комплексного дефекта топливной аппаратуры высокого давления в целом.

При четырехклапанной системе газораспределения наиболее характерный дефект – асинхронность работы клапанов – проявляется в виде двойного импульса или множественных импульсов вибродиаграммы, рис. 4, b1, d, e. Отсутствие или искажение импульса на вибродиаграмме при закрытии клапанов тоже является признаком дефекта. Во всех этих случаях требуется контроль теплового зазора и профилактика механизма газораспределения. Формы виброимпульсов впускных и выпускных клапанов при нормальном техническом состоянии МГР показаны на рис. 4, b2.

Система D4.0H позволяет фиксировать перемещения иглы и, таким образом, контролировать работоспособность ТА высокого давления в целом. Параллельно с виброимпульсами форсунки при впрыске записываются и анализируются

вибромпульсы, возникающие при посадке клапанов газораспределения, позволяя контролировать техническое состояние МГР.

### Виброакустическая диагностика газотурбонагнетателя (ГТН)

Турбонагнетатели являются неотъемлемой частью большинства среднеоборотных дизелей. Современные турбонагнетатели обеспечивают высокое значение давления наддувочного воздуха ( $\pi_k$  до 5) и обеспечивают высокоэкономичную работу дизелей с низкой эмиссией окислов углерода и сажи. Высокая экономичность современных среднеоборотных дизелей с реальным удельным эффективным расходом на уровне 170-180 г/кВт·ч обеспечивается, в частности, высоким давлением наддувочного воздуха. При снижении эффективности работы турбонагнетателя экономичность дизеля резко падает, а уровень эмиссии окислов углерода и сажи возрастает.

Во время эксплуатации дизелей при работе на режимах малых нагрузок происходит засорение выпускных коллекторов продуктами неполного сгорания. В результате этого меняется пропускная способность выпускных коллекторов и характер внутреннего течения газов перед лопатками рабочего колеса турбонагнетателя. При этом возможно появление пульсаций, что приводит к колебаниям ротора. Повышенный уровень колебаний ротора создает дополнительные нагрузки на подшипники турбонагнетателя и снижает их ресурс. В случае появления микродефектов подшипников турбонагнетателя уровень вибрации ротора еще больше увеличивается, что может привести к тяжелой аварии.

Периодический эксплуатационный контроль уровня вибрации ротора турбонагнетателя может предотвратить аварийную ситуацию. В результате экспериментов, проведенных специалистами кафедры СЭУ и ТЭ на среднеоборотных дизелях в лабораторных и эксплуатационных условиях, выяснилось, что лопатки компрессора турбонагнетателя генерируют виброакустические колебания (рис. 5, а), которые всегда присутствуют в спектре общей вибрации независимо от технического состояния турбонагнетателя. Спектральный анализ показал, что лопатки компрессора генерируют виброакустический сигнал с частотой, равной частоте вращения ротора турбонагнетателя, умноженной на количество воздушных лопаток компрессорного колеса:

$$v_b = n_b \cdot RPM_{tur} / 60,$$

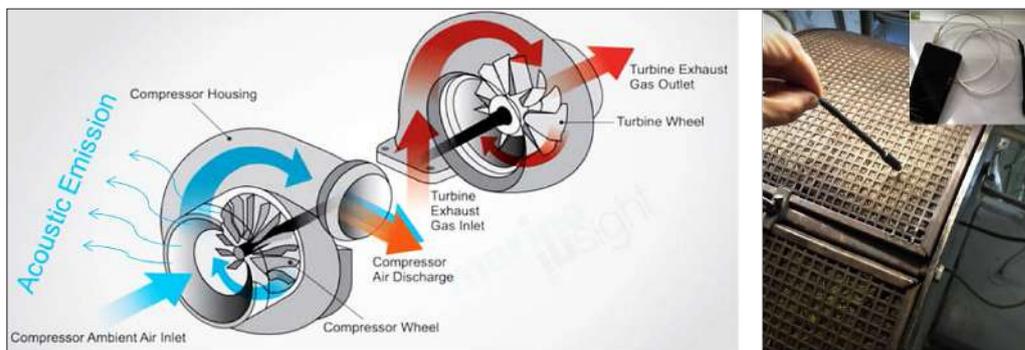
где  $v_b$  – лопаточная частота компрессора турбонагнетателя, Гц;

$n_b$  – количество воздушных лопаток компрессора;

$RPM_{tur}$  – частота вращения ротора турбонагнетателя, мин<sup>-1</sup>.

На дизеле *K6S3I0DR* установлен газотурбонагнетатель типа PDH50V [7], представляющий собой объединенные в одном агрегате центробежный нагнетатель воздуха и аксиальную турбину. Используя энергию выпускных газов, турбина обеспечивает привод рабочего колеса нагнетателя. Колеса турбины и нагнетателя укреплены на общем валу и образуют ротор турбонагнетателя (рис. 5, а), опирающийся на быстроходные шариковые подшипники [8]. Для определения лопаточной частоты компрессора турбонагнетателя, последующего расчета частоты вращения и диагностики колебаний ротора турбонагнетателя использовался амплитудный спектр

(рис. 6) віброакустических сигналів, записаних напротив повітряного фільтра компресора. Запис вироблялась з допомогою широкополосного промислового мікрофона з частотною полосой пропускання 10Гц – 20кГц (рис. 5, б).



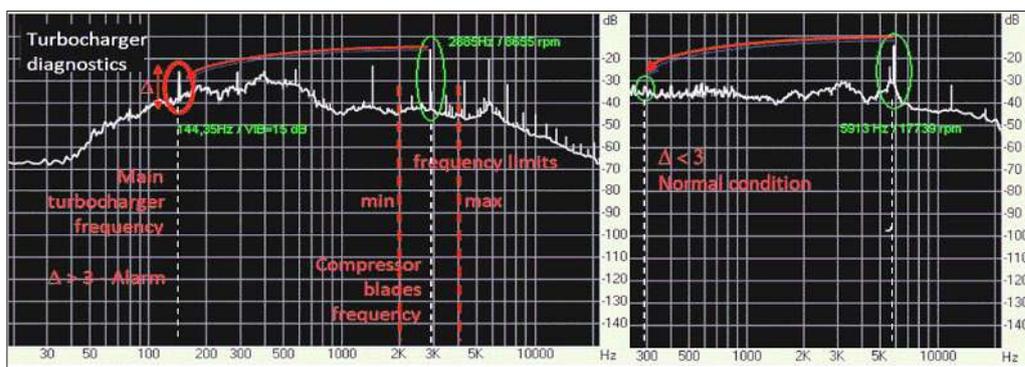
a)

b)

Рис. 5. Віброакустическая диагностика ГТН: а) принцип возникновения виброакустических колебаний на лопатках компрессора ГТН; б) запись виброакустического сигнала с помощью широкополосного промышленного микрофона. Источник: Собственная разработка.

### Спектральный анализ вибрации газотурбонагнетателя

Анализ спектра (рис. 6) позволяет с высокой точностью определить частоту вращения ротора ГТН, а также выполнять диагностику технического состояния ГТН по амплитуде гармоники на основной частоте вращения. В качестве анализируемых величин рассматриваются частоты и амплитуды отдельных гармоник.



a)

b)

Рис. 6. Амплитудный спектр вибрации турбокомпрессора: а) повышенный уровень вибрации ротора; б) нормальный уровень вибрации ротора. Источник: Собственная разработка

Лопаточная частота компрессора данного типа ГТН находится ниже уровня 10 кГц и может быть определена путем анализа спектра (рис. 6, а, б) с максимальной погрешностью не более 5 Гц, что сводит максимальную относительную погрешность определения частоты вращения ГТН до величины менее 1 %. Такая высокая точность опреде-

ления частоты вращения ротора ГТН обеспечивается за счет устранения эффекта «DFT spectral leakage effect» [9], что используется в дальнейшем при диагностике колебаний ротора по амплитуде гармоники на основной частоте вращения (рис. 6, а, б).

Лопаточная гармонику определяем в спектре с помощью ограничений. Чтобы выделить ее среди кратных- и субгармоник определяем минимальную (*min*) и максимальную (*max*) возможную частоту лопаточной гармоники, используя паспортную частоту вращения ГТН, рис. 6, а. Между ограничениями находится искомая лопаточная гармоника компрессора ГТН. Делим лопаточную частоту на количество лопаток компрессора и получаем основную частоту вращения ротора ГТН  $v_{tur} = v_b / n_b$  и амплитуду соответствующей гармоники  $\Delta$  (рис. 6, б). Устраняем «DFT spectral leakage effect» для основной гармоники  $\Delta$  на частоте  $v_{tur}$  с помощью алгоритма, описанного в [4, 5, 10]. После восстановления амплитуды гармоники  $v_{tur}$  проводим ее анализ. Очевидно, что если имеет место значительное повышение амплитуды  $\Delta$  на основной частоте вращения, то это свидетельствует о повышенной вибрации ротора.

Проведенные экспериментальные исследования на среднеоборотных дизелях Wartsila, Deutz, NVD и др. показали, что повышение амплитуды гармоники на основной частоте  $v_{tur}$  в 3 и более раза относительно среднего уровня соседних гармоник в амплитудном спектре характеризует опасный уровень вибрации ротора ГТН [5, 10].

В ситуации, показанной на рис. 6, а, амплитуда гармоники  $\Delta$  значительно превышает средний уровень соседних гармоник, что характеризует опасный уровень вибрации ротора и необходимость принятия срочных мер. В основном уровень вибрации ротора повышается при загрязнении газоразделной проточной части дизеля и соплового аппарата ГТН. Это происходит, как правило, после длительной работы двигателя на режимах малых нагрузок. В случае обнаружения повышенного уровня вибрации на ранней стадии достаточно провести профилактическую очистку проточной части ГТН с помощью штатных мероприятий. Повышенный уровень вибрации ротора на основной частоте может быть следствием более серьезных дефектов: износа подшипников или повреждения лопаток рабочего колеса. В этом случае спектральный анализ показывает резкое увеличение амплитуды  $\Delta$ , что служит сигналом к проведению срочных ремонтных работ.

На рис. 6, б показан виброакустический спектр турбокомпрессора с незначительным повышением амплитуды основной гармоники  $\Delta$ , что характеризует допустимый уровень вибрации ротора ГТН.

## Выводы

Испытания дизелей *K6S310DR* показали, что перерасход топлива относительно паспортного значения в среднем до 7 % и выше возникает даже при не критическом снижении качества работы ТА и МГР и последующей разбалансировке мощностей цилиндров. Практика эксплуатации показывает, что многие маневровые тепловозы длительное время эксплуатируются в таком состоянии. Очевидна необходимость поддержания нормального технического состояния основных узлов и систем дизеля, влияющих на качество его рабочего процесса.

Качество и эффективность ремонтных работ на тепловозных дизелях зависят от точности диагностической информации о характере и локализации дефектов. Проведение

обычной процедуры индицирования с анализом одних лишь только индикаторных диаграмм  $p(\varphi)$  не дает подробного описания дефектов, особенно это касается дизельной топливной аппаратуры высокого давления. Применяемая в системе D4.0HT методика анализа вибродиаграмм отдельных узлов дизеля, параллельно с индикаторными диаграммами рабочего процесса, является наиболее информативной. Спектральный анализ виброакустических сигналов компрессора является эффективным методом контроля уровня колебаний ротора ГТН во время реостатных испытаний тепловоза.

Получение точной диагностической информации о техническом состоянии узлов дизелей тепловозов (ЦПГ, ТА, МГР и ГТН) позволяет повысить эффективность их ремонта, а также повысить контроль качества проведенных ремонтных работ. Разработанные методы диагностического контроля способствуют снижению общего уровня вибрации дизелей, повышению их надёжности и безопасности во время эксплуатации, сокращению расхода топлива и повышению моторесурса. Рассмотренные методы диагностирования в целом способствует повышению эффективности эксплуатации тепловозных дизелей.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Варбанец Р. А. Диагностический контроль рабочего процесса судовых дизелей в эксплуатации: дисс. ... докт. техн. наук: 05.05.03. Одесская национальная морская академия. Одесса, 2010. 314 с.
2. Ивановский В. Г., Варбанец Р. А., Кырнац В. И. Разработка и внедрение методов параметрической диагностики дизелей тепловозов для снижения расходов на топливо и ремонт: Отчет по хозяйственной работе № 07/13. Одесса: ОНМУ, 2013. 125 с.
3. Varbanets R., Karianskiy A. Analyse of marine diesel engine performance. *Journal of Polish CIMAC. Energetic Aspects*. 2012. № 7(1). pp. 269–275.
4. Varbanets R., Karianskyi S., Rudenko S., Gritsuk I. Improvement of Diagnosing Methods of the Diesel Engine Functioning under Operating Conditions. *SAE Technical Paper*. 2017. 2017-01-2218.
5. Кырнац В. И. Комплексна експлуатаційна параметрична діагностика робочого процесу транспортних дизелів: дис. ... канд. техн. наук: 05.22.20: Одеський національний морський університет, Одеса, 2018. 143 с.
6. Marprime system: much more than an all-in-one cylinder pressure indicator. URL: <https://www.maridis.de/en/> (дата звернення 01.10.2019).
7. Локомотивы отечественных железных дорог, 1956 – 1975 / В. А. Раков. Москва: Транспорт, 1999. 443 с.
8. Маневровые тепловозы. URL: <http://myswitcher.ru/4me3/index.html> (дата звернення 01.10.2019).
9. Handbook for Digital Signal Processing / Sanjit K. Mitra, James F. Kaiser. New York: John Wiley & Sons, 1993.
10. Варбанец Р. А., Головань А. И., Кучеренко Ю. Н. Мониторинг частотных параметров судового дизеля с турбонаддувом. *Вестник Астраханского государственного технического университета. Серия: Морская техника и технология*. 2013. № 1. с. 103–110.

## REFERENCES

1. Varbanets, R. A. (2010). *Diagnostic monitoring of marine diesel engine working process during operation* (Doctoral dissertation) [Diagnosticheskii kontrol' rabocheho protsessa sudovykh dizelei v ekspluatatsii]. Odessa, 314 p. [in Russian].
2. Ivanovskiy, V. G., Varbanets, R. A., & Kyrnats, V. I. (2013). *Development and implementing of parametric diagnosis methods for diesel locomotive engines as a way of decreasing fuel and repair costs* (report № 07/13) [Razrabotka i vnedrenie metodov parametricheskoy diagnostiki dizeley teplovozov dlya snizheniya raskhodov na toplivo i remont. Otchet po khozdogovornoy rabote]. Odessa: Odessa National Maritime University. 125 p. [in Russian].
3. Varbanets, R., & Karianskiy, A. (2012). Analyse of marine diesel engine performance. *Journal of Polish CIMAC. Energetic Aspects*. 7(1), 269–275.
4. Varbanets, R., Karianskiy, S., Rudenko, S., & Gritsuk I. (2017). Improvement of Diagnosing Methods of the Diesel Engine Functioning under Operating Conditions. *SAE Technical Paper, 2017-01-2218*.
5. Kirnats, V. I. (2018). *Complex operational parametrical diagnostics of the working process of transport diesel engines* (Doctoral dissertation) [Kompleksna ekspluatatsiyna parametrichna diagnostika robochogo protsesu transportnykh dizeliv]. Odessa National Maritime University, Odessa. 143 p. [in Ukraine].
6. Marprime system: much more than an all-in-one cylinder pressure indicator. Retrieved from <https://www.maridis.de/en/>.
7. Rakov, V. A. (1999). *Locomotives of native railways, 1956–1975* [Lokomotivy otechestvennykh zheleznykh dorog, 1956 – 1975]. Moscow: Transport. 443 p. [in Russian].
8. Diesel-locomotive shunters [Manevrovye teplovozy]. Retrieved from <http://myswitcher.ru/4me3/index.html> [in Russian].
9. Sanjit K. Mitra, & James F. Kaiser (1993). *Handbook for Digital Signal Processing*. NY: John Wiley & Sons.
10. Varbanets, R., Golovan, A., & Kucherenko, Y. (2013). Monitoring of the frequency characteristics of marine turbo diesel engines [Monitoring chastotnykh parametrov sudovogo dizelya s turbonadduvom]. *Bulletin of the Astrakhan State Technical University. Series: Marine Engineering & Technologies, 1*, 103–110 [in Russian].

## ПІДЙОМНО-ТРАНСПОРТНІ МАШИНИ

УДК 621.873.254

DOI: 10.33082/td.2019.1-4.03

### ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ ЗАДАЧ О ТРАНСПОРТИРОВКЕ ГРУЗА НА ПОДВЕСЕ ПЕРЕМЕННОЙ ДЛИНЫ

А.О. Немчук<sup>1</sup>, П.М. Стрельцов<sup>2</sup>

<sup>1</sup> к.т.н., проректор по научной работе, доцент кафедры «Подъемно-транспортные машины и инжиниринг портового технологического оборудования»,  
Одесский национальный морской университет, Одесса, Украина,  
ORCID ID: 0000-0001-5633-8930, alnemchuk@gmail.com

<sup>2</sup> к.т.н., доцент кафедры «Подъемно-транспортные машины и инжиниринг портового технологического оборудования»,  
Одесский национальный морской университет, Одесса, Украина,  
super.strelcov@ukr.net

#### **Аннотация**

**Введение.** Малые грузоподъемные машины, такие как самоходные тали или легкие мостовые краны, транспортирующие грузы на гибком подвесе, часто включают в состав автоматических систем, выполняющих различные технологические процессы. Существенно затрудняют управление краном и приводят к удлинению его рабочего цикла возникающие при движении тележки колебания груза на гибком подвесе. Рассчитанные управления должны обеспечить гашение таких колебаний при подходе тележки к конечной точке пути. **Цель.** В работе исследуются методы определения оптимального по времени или близких к нему по эффективности управлений легкими мостовыми кранами при переносе ими груза на подвесе изменяющейся длины. **Результаты.** В ходе исследования предложен метод поиска оптимального управления легкими кранами и составленная на его основе программа расчета, которая позволяют определить параметры управления, обеспечивающего быстрое перемещение на требуемое расстояние крановой тележки с грузом на подвесе, длина которого изменяется по заданному закону. Получено, что оптимальное по быстрдействию управление тележкой является кусочно-постоянной функцией времени. Число и длительности интервалов постоянства управляющего параметра зависят от соотношения между длиной подвеса и скоростью ее изменения. При постоянной длине подвеса количество интервалов оптимального управления увеличивается с увеличением длительности перемещения тележки. Для современных кранов характерно такое соотношение между длиной подвеса и скоростью ее изменения, при котором оптимальное управление может состоять из достаточно большого числа интервалов, что

может затруднить его реализацию. В работе обосновано, что целесообразно искать квазиоптимальное управление, состоящее только из трех интервалов. В этом случае можно использовать существенно менее сложные и трудоемкие методы и программы расчета управлений. Выполненные расчеты показывают, что состоящее из трех интервалов квазиоптимальное управление практически не уступает по эффективности строго оптимальному. Доказано, что те же методы и программы могут использоваться и для расчета квазиоптимальных управлений, состоящих из пяти интервалов, когда колебания груза гасятся на этапах разгона и торможения. **Выводы.** В работе предложен метод расчета оптимального по времени и некоторых близких к нему по эффективности видов управления автоматическими легкими мостовыми кранами, обеспечивающих гашение колебаний груза при его транспортировке на гибком подвесе переменной длины. Рассмотренные виды управления имеют простую структуру и могут быть реализованы современными средствами автоматики.

**Ключевые слова:** легкий мостовой кран, оптимальное по времени управление, гашение колебаний груза, переменная длина подвеса.

УДК 621.873.254

#### ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ РІШЕННЯ ОПТИМАЛЬНИХ ЗАДАЧ ЩОДО ПЕРЕМІЩЕННЯ ВАНТАЖУ НА ПІДВІСІ ЗМІННОЇ ДОВЖИНИ

О.О. Немчук<sup>1</sup>, П.М. Стрельцов<sup>2</sup>

<sup>1</sup> к.т.н., проректор з наукової роботи, доцент кафедри «Підйомно-транспортні машини і інжиніринг портового технологічного устаткування»,  
Одеський національний морський університет, Одеса, Україна,  
ORCID ID: 0000-0001-5633-8930, alnetchuk@gmail.com

<sup>2</sup> к.т.н., доцент кафедри «Підйомно-транспортні машини і інжиніринг портового технологічного устаткування»,  
Одеський національний морський університет, Одеса, Україна, super.strelcov@ukr.net

#### Анотація

**Вступ.** Малі вантажопідйомні машини, такі як самохідні талі або легкі мостові крани, що транспортують вантажі на гнучкому підвісі, часто включають до складу автоматичних систем, що виконують різні технологічні процеси. Істотно ускладнюють управління краном і призводять до подовження його робочого циклу коливання вантажу, що виникають при русі візка на гнучкому підвісі. Розраховані управління повинні забезпечити гасіння таких коливань при підході візка до кінцевої точки шляху. **Мета.** В роботі досліджуються методи визначення оптимального за часом або близьких до нього по ефективності управлінь легкими мостовими кранами при перенесенні ними вантажу на підвісі змінної довжини. **Результати.** В ході дослідження запропоновано метод пошуку оптимального управління легкими кранами і складена на його основі програма розрахунку, яка дозволяють визначити параметри управління, що забезпечує якнайшвидше переміщення на необхідну відстань кранового візка з вантажем на підвісі, довжина якого змінюється по заданому закону. Отримано, що оптимальне за швидкістю управління візком є кусочно-

постійною функцією часу. Число і тривалості інтервалів сталості керуючого параметра залежать від співвідношення між довжиною підвісу і швидкістю її зміни. При постійній довжині підвісу кількість інтервалів оптимального управління збільшується зі збільшенням тривалості переміщення візка. Для сучасних кранів характерно таке співвідношення між довжиною підвісу і швидкістю її зміни, при якому оптимальне управління може складатися з досить великого числа інтервалів, що може утруднити його реалізацію. У роботі обґрунтовано, що доцільно шукати квазіоптимальне управління, що складається тільки з трьох інтервалів. В цьому випадку можна використовувати значно менш складні і трудомісткі методи і програми розрахунку управлінь. Виконані розрахунки показують, що квазіоптимальне управління, яке складається з трьох інтервалів практично не поступається за ефективністю строго оптимальному. Доведено, що ті ж методи і програми можуть використовуватися і для розрахунку квазіоптимальних управлінь, що складаються з п'яти інтервалів, коли коливання вантажу гасяться на етапах розгону і гальмування. **Висновки.** В роботі запропонований метод розрахунку оптимального за часом і деяких близьких до нього по ефективності видів управління автоматичними легкими мостовими кранами, що забезпечують гасіння коливань вантажу при його транспортуванні на гнучкому підвісі змінної довжини. Розглянуті види управління мають просту структуру і можуть бути реалізовані сучасними засобами автоматики.

**Ключові слова:** легкий мостовий кран, оптимальне за часом управління, гасіння коливань вантажу, змінна довжина підвісу.

UDC 621.873.254

NUMERICAL METHODS OF SOLUTION OF PROBLEMS  
ABOUT TIME OPTIMAL TRANSFERENCE OF LOAD  
ON THE ROPE WITH VARYING LENGTH

A.O. Nemchuk<sup>1</sup>, P.M. Streltsov<sup>2</sup>

<sup>1</sup> PhD, Vice-rector for Scientific Work, Associate Professor of the Department „Lifting-and-transporting Machines and Engineering of Port Technological Equipment”, Odessa National Maritime University, Odessa, Ukraine, ORCID ID: 0000-0001-5633-8930, alnemchuk@gmail.com

<sup>2</sup> PhD, Associate Professor of the Department „Lifting-and-transporting Machines and Engineering of Port Technological Equipment”, Odessa National Maritime University, Odessa, Ukraine, super.strelcov@ukr.net

**Abstract**

**Introduction.** Small hoisting machines, such as self-propelled hoists or lightweight overhead cranes, transporting loads on a flexible suspension, are often included in automatic systems that perform various technological processes. Significantly complicate the control of the crane and lead to the lengthening of its working cycle arising from the movement of the truck oscillations of the load on a flexible suspension. The calculated controls should provide damping of such vibrations when the cart approaches the end point

of the path. **Goal.** The paper investigates methods for determining the optimal time or close to it in terms of the effectiveness of controls for light bridge cranes when they carry cargo on a suspension of varying lengths. **Results.** In the course of the study, a search method for optimal control of light cranes and a calculation program based on it were proposed, which allow one to determine control parameters that provide the fastest possible travel of a crane truck with a load on a suspension whose length varies according to a given law. It was found that the trolley control optimal in speed is a piecewise constant function of time. The number and duration of intervals of constancy of the control parameter depend on the relationship between the length of the suspension and the rate of change. With a constant suspension length, the number of optimal control intervals increases with increasing duration of the trolley. For modern cranes, a relationship between the suspension length and its rate of change is characteristic, in which the optimal control may consist of a sufficiently large number of intervals, which may complicate its implementation. The paper substantiates that it is advisable to search for a quasi-optimal control consisting of only three intervals. In this case, you can use significantly less complex and time-consuming methods and programs for calculating controls. The performed calculations show that the quasi-optimal control consisting of three intervals is practically not inferior to strictly optimal in efficiency. It is proved that the same methods and programs can be used to calculate quasi-optimal controls, consisting of five intervals, when the oscillations of the load are damped at the stages of acceleration and deceleration. **Conclusions.** In this work, we propose a method for calculating the optimal time control and some types of control of automatic lightweight bridge cranes that are close to it in efficiency and provide damping of the load vibrations during its transportation on a flexible suspension of variable length. The considered types of control have a simple structure and can be implemented with modern automation equipment.

**Key words:** lightweight bridge crane, time optimal control, load sway damping, varying rope-length.

## Введение

Малые грузоподъемные машины, такие как самоходные тали или легкие мостовые краны, транспортирующие грузы на гибком подвесе, часто включают в состав автоматических систем (АСУ ТП), выполняющих различные технологические процессы.

Управление такими кранами осуществляется бортовой или внешней ЭВМ. Требуемые законы изменения управляющего параметра (управления) рассчитываются заранее в зависимости от геометрических условий рабочего цикла и вносятся в память ЭВМ, которая затем контролирует реализацию рассчитанных управлений в автоматическом режиме.

Легкие мостовые краны можно рассматривать как физические модели более крупных крановых установок, таких как используемые в портах грейферные или контейнерные причальные и складские перегружатели. Опробованные на малых кранах методы расчета и автоматической реализации управлений могут быть использованы при автоматизации и оптимизации работы крупных кранов, что позволит увеличить их производительность и обеспечить значительный экономический эффект [1].

### Постановка задачи

Существенно затрудняют управление краном и приводят к удлинению его рабочего цикла возникающие при движении тележки колебания груза на гибком подвесе. Рассчитанные управления должны обеспечить гашение таких колебаний при подходе тележки к конечной точке пути.

Методы расчета оптимального по времени и близких к нему управлений движением крана при переносе груза на подвесе постоянной длины разработаны достаточно подробно (см., например, [2]).

В реальных условиях для сокращения времени рабочего цикла стремятся как можно полнее совмещать горизонтальное перемещение груза с его подъемом (опусканием). Однако вопросы оптимизации управления крановыми установками при переносе груза на подвесе изменяющейся длины исследованы не столь глубоко (некоторые аспекты поиска рациональных управлений для подобных случаев рассмотрены в работах [3], [4]).

**Цель работы.** В предлагаемой работе исследуются методы определения оптимального по времени или близких к нему по эффективности управлений легкими мостовыми кранами при переносе ими груза на подвесе изменяющейся длины.

### Изложение основного материала исследования

Расчетная схема такого крана может быть представлена в виде двухмассовой системы (рис. 1).

Первая масса (тележка) перемещается по горизонтали, к ней на гибкой нерастяжимой нити подвешена вторая масса (груз). Положение первой массы определяется ее координатой  $X_T$ , положение второй – ее горизонтальной координатой  $X_C$  и длиной подвеса  $L$ . Обычно условия работы крана позволяют задавать длину подвеса в виде некоторой функции времени  $L(t)$ .

Характерной особенностью движения легких мостовых кранов, приводы которых имеют небольшие моменты инерции, является пренебрежимо малое время переходных процессов (разгонов и торможений) их механизмов, когда при включении двигателя механизм практически мгновенно приходит в движение с требуемой постоянной скоростью, а при отключении – так же мгновенно останавливается и остается неподвижным. Эта особенность позволяет в качестве параметра управления тележкой принимать ее скорость  $V$ .

Для исключения чрезмерных динамических нагрузок знак скорости тележки стараются не

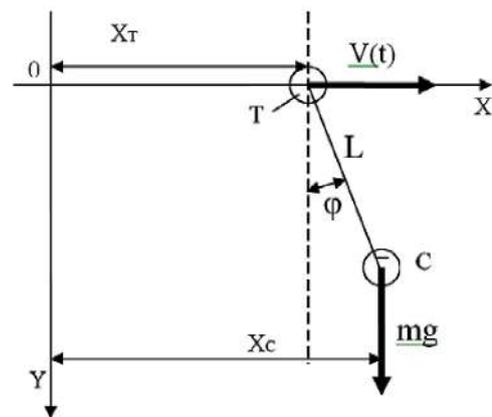


Рис. 1. Расчетная схема системы тележка-груз. Источник: Собственная разработка

менять (т.е. допускают движение тележки только в одном направлении – в сторону конечной точки пути). При этом ограничение на параметр управления можно записать в виде

$$0 \leq V \leq V_{MAX}. \quad (1)$$

Перемещение груза происходит под действием усилия в отклоненном от вертикали канате. Как показано в [4], уравнения движения материальной системы тележка-груз при переменной длине подвеса имеют вид:

$$X_T' = V; \quad X_C'' = g(X_T - X_C) / L(t). \quad (2)$$

После ввода новых переменных  $X_1 = X_T$ ;  $X_2 = X_C$ ;  $X_3 = X_C'$  уравнения (2) могут быть записаны в нормальной форме в виде системы трех дифференциальных уравнений 1-го порядка, разрешенных относительно производных:

$$\begin{aligned} X_1' &= V; \\ X_2' &= X_3; \\ X_3' &= g(X_1 - X_2) / L(t). \end{aligned} \quad (3)$$

Представленные уравнения можно рассматривать как математическую модель исследуемой механической системы. Эта модель может быть использована для определения законов изменения скорости тележки  $V(t)$  (управлений), обеспечивающих желаемый характер движения системы тележка-груз.

Будем полагать, что движение тележки начинается из состояния покоя, определяемого координатами

$$X_1^H = 0; \quad X_2^H = 0; \quad X_3^H = 0. \quad (4)$$

Конечное положение системы, отстоящее от начального на расстоянии  $S$ , определяется координатами:

$$X_1^K = S; \quad X_2^K = S; \quad X_3^K = 0. \quad (5)$$

Оптимальная задача о поиске управления, осуществляющего перемещение тележки на заданное расстояние из одного состояния покоя в другое, формулируется следующим образом.

Определить управление  $V^*(t)$ , переводящее механическую систему, описываемую уравнениями (3), из начального положения (4) в заданное конечное (5) за кратчайшее время при соблюдении ограничения (1) на параметр управления  $V$ .

Для выявления характера такого оптимального по быстрдействию управления воспользуемся методами теории оптимального управления механическими системами «принцип максимума» [5]. В соответствии с методикой решения оптимальных задач, рекомендуемой «принципом максимума», составим функцию Гамильтона  $H$  для исследуемой механической системы на основе уравнений ее математической модели:

$$H = \sum \phi_i X_i' = \phi_1 V + \phi_2 X_3 + \phi_3 g(X_1 - X_2) / L(t) \quad (6)$$

Входящие в выражение для  $H$  вспомогательные функции  $\phi_i$  определяются по формулам:

$$\phi_i = -\frac{\partial H}{\partial X_i} \quad (7)$$

Таким образом, имеем:

$$\phi_1' = -\phi_3 g / L(t); \quad \phi_2' = \phi_3 g / L(t); \quad \phi_3' = -\phi_2. \quad (8)$$

Из системы (8) для вспомогательной функции  $\phi_1$  получим:

$$\phi_1^{(3)} + 2\phi_1' / L(t) + \phi_1' g / L(t) = 0. \quad (9)$$

Согласно «принципу максимума» оптимальное управление  $V^*(t)$  должно доставлять максимум гамильтониану  $H$ . Как видно из выражения (6), максимальное значение гамильтониан будет достигать, если при положительных значениях функции  $\phi_1$  управление будет принимать максимальное предельное значение  $V = V_{MAX}$ , при отрицательных – минимальное  $V = 0$ .

Таким образом, оптимальное управление  $V^*(t)$  является кусочно-постоянной функцией, принимающей на интервалах постоянства предельные значения. Моменты переключения управления с одного предельного значения на другое соответствуют точкам пересечения вспомогательной функцией  $\phi_1$  оси абсцисс.

При этом время  $T$  управления (перемещения тележки) будет равно сумме длительностей всех интервалов, а путь  $S$  тележки – равен сумме длительностей нечетных интервалов, умноженной на скорость  $V_{MAX}$  тележки.

Число и длительности интервалов оптимального управления определяются положением графика функции  $\phi_1$  относительно оси абсцисс.

Анализ уравнений (8) показывает, что функция  $\phi_1$  близка по своему виду функциям Бесселя и носит колебательный характер, т.е. может многократно пересекать ось абсцисс. Поскольку уравнение (9) является нелинейным дифференциальным уравнением, получить его аналитическое решение не представляется возможным. Однако расположение графика функции  $\phi_1$  относительно осей координат можно определить в результате численного интегрирования дифференциального уравнения (9). Для этого введем дополнительные переменные:

$$f_1 = \phi_1; \quad f_2 = \phi_1'; \quad f_3 = \phi_1'''. \quad (10)$$

Запишем уравнение (9) в нормальной форме в виде системы трех дифференциальных уравнений 1-го порядка:

$$\begin{aligned} f_1' &= f_2; \\ f_2' &= f_3; \\ f_3' &= -(2L' f_3 + g f_2) / L(t). \end{aligned} \quad (11)$$

Для численного интегрирования системы (11) необходимо указать начальные значения функций  $f_1, f_2, f_3$ . Для этого рассмотрим достаточно малый начальный участок движения механической системы (3), на котором длину подвеса  $L(t)$  можно считать постоянной. Уравнение (9) для этого участка можно записать в виде:

$$\phi_1^{(3)} + \phi_1' g / L^H = 0. \quad (12)$$

Решение этого однородного линейного дифференциального уравнения таково:

$$\phi_1 = \sin\left(\sqrt{\frac{g}{L^H}} t + \alpha\right) + A, \quad (13)$$

где

$\alpha$  – начальная фаза функции  $\phi_1$ ;

$A$  – расстояние между осью функции  $\phi_1$  и осью абсцисс.

Области допустимых значений  $\alpha$  и  $A$  задаются неравенствами:

$$\pi / 2 < \alpha < 3\pi / 2; \quad 0 < A < 1. \quad (14)$$

Начальные значения функций  $f_2, f_3$ , как можно заключить из уравнений (10), связаны с параметрами  $\alpha$  и  $A$  выражениями:

$$f_1^H = \sin \alpha + A; \quad f_2^H = \sqrt{\frac{g}{L^H}} \cos \alpha; \quad f_3^H = -\frac{g}{L^H} \sin \alpha. \quad (15)$$

Таким образом, положение графика функции  $\phi_1$ , а, следовательно, управление  $V^*(t)$  определяется выбором значений параметров  $\alpha$  и  $A$ . Критерием оптимальности такого выбора (а, следовательно, и управления  $V^*(t)$ ) целесообразно принять величину энергии  $E$  остаточных колебаний груза, определяемую по формуле:

$$E = (X_3^K)^2 + g(X_1^K - X_2^K)^2 / L^K, \quad (16)$$

где первое слагаемое пропорционально кинетической энергии, а второе – потенциальной энергии отклоненного от вертикали груза.

Вычисление значений целевой функции  $E$  связано с достаточно сложной процедурой, состоящей в численном интегрировании уравнений математической модели (3) при заданном управлении  $V(t)$  до конечной точки пути ( $X_1 = S$ ). При оптимальном управлении  $V^*(t)$  энергия остаточных колебаний груза должна равняться нулю.

Таким образом, задача о поиске функции управления  $V^*(t)$ , минимизирующей время перемещения груза, свелась к экстремальной задаче о минимизации целевой функции  $E$ , зависящей только от двух параметров ( $\alpha$  и  $A$ ).

Для решения этой задачи можно предложить следующий алгоритм:

1. Задаются исходные значения параметров  $\alpha$  и  $A$ .
2. Определяют начальные значения функции  $\phi_1$  и ее производных.
3. Выполняют численное интегрирование уравнений (11), находят функцию  $\phi_1$  и соответствующее ей управление  $V(t)$ .

4. При найденном управлении выполняют интегрирование уравнений (3) математической модели тележки и вычисляют значение целевой функции  $E$  в конце пути.

5. Если условие  $E=0$  не выполняется, изменяют на шаг значения параметров  $\alpha$  и  $A$  в направлении уменьшения  $E$ .

6. Выполняют указанные выше процедуры при новых значениях  $\alpha$  и  $A$ .

Описанный выше итерационный процесс продолжают до тех пор, пока не будет найдено управление  $V^*(t)$ , при котором целевая функция  $E$  станет равной (или достаточно близкой) нулю.

На основе предложенного алгоритма составлена программа численного расчета на ЭВМ оптимального управления, обеспечивающего наискорейшее перемещение тележки на заданное расстояние при условии полного гашения колебаний подвешенного груза к моменту остановки тележки в конечной точке.

Для подтверждения эффективности предложенного метода и успешной работы программы на рис. 2 представлены графики изменения параметров движения системы тележка-груз, построенные по результатам расчета на ЭВМ оптимального управления тележкой для следующих условий работы:

- путь перемещения тележки и груза  $S = 2,7$  м;
- максимальная скорость передвижения тележки  $V_{MAX} = 0,3$  м/с;
- скорость изменения длины подвеса груза  $L(t)' = 0,2$  м/с;
- на начальном участке движения длина подвеса уменьшается с постоянной скоростью от 4 до 2,25 м, а затем остается постоянной.

На расположенных ниже рисунках обозначены: 1 – скорость тележки (параметр управления); 2 – абсолютная скорость груза; 3 – путь тележки; 4 – путь груза; 5 – отклонение груза от вертикали; 6 – изменение длины подвеса; 7 – вспомогательная функция  $\phi_1$  гамильтониана  $H$ . Для удобства пользования рисунками значения скорости тележки и груза даны в увеличенном (в 5 раз) масштабе.

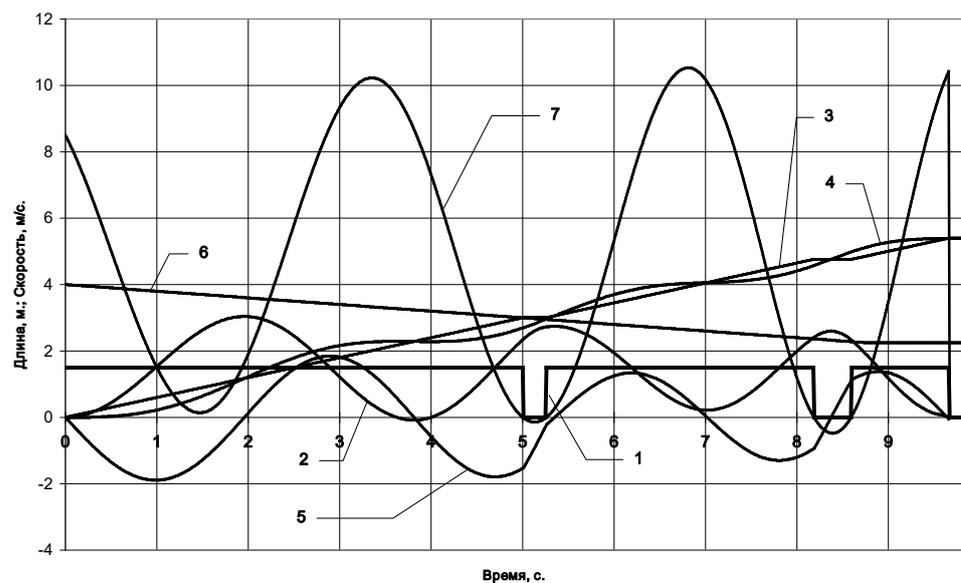


Рис. 2. Графики параметров движения тележки и груза при оптимальном управлении. Источник: Собственная разработка

Как видно из рис. 2, при указанном характере изменения длины подвеса вспомогательная функция  $\phi_1$  пересекает ось абсцисс в четырех точках. Т.е. оптимальное управление будет состоять из пяти интервалов. Общая длительность перемещения тележки при оптимальном управлении составляет 9,65 с.

Результаты расчетов позволяют сделать вывод о том, что при характерных для современных крановых установок соотношениях между длиной подвеса и скоростью ее изменения число интервалов оптимального управления  $V^*(t)$  увеличивается в зависимости от пути перемещения и может быть достаточно большим (в случае перемещения груза на подвесе постоянной длины потребное число переключений оптимального управления будет равно удвоенному числу полных колебаний груза). Необходимость выполнения большого числа переключений может существенно затруднить реализацию строго оптимальных управлений.

Если не предпринимать поиск числа интервалов управления, а заранее им задаться, можно воспользоваться менее трудоемким способом определения управления  $V_3(t)$  близкого к оптимальному и представляющего собой кусочно-постоянную функцию лишь с тремя интервалами постоянства величины управляющего воздействия (скорости тележки). Для поиска трех неизвестных переменных (длительностей интервалов управления) может быть использован метод, близкий к методу покоординатного спуска численного решения экстремальных задач [6]. Как и в предшествующем случае, при решении задачи о поиске такого квазиоптимального управления в качестве критерия оптимальности примем величину энергии остаточных колебаний груза  $E$ , рассчитываемую по формуле (16).

Для определения длительностей трех интервалов искомого управления воспользуемся тремя уравнениями математической модели (3), придерживаясь следующего алгоритма:

1. Выполняют численное интегрирование системы (3) при управлении  $V = V_{MAX}$  до момента  $T$ , когда величина  $X_1$  станет равной  $S$ .
2. Уменьшают на шаг  $h$  интегрирования значение  $T$  и определяют время первого переключения управления  $t_1 = T - h$ .
3. Назначают значение  $t_2$  времени второго переключения.
4. Время  $t_3$  окончания интегрирования определяют по формуле

$$t_3 = T - t_1 + t_2 . \quad (17)$$

5. Интегрируют систему (3), выполняя переключения управления в моменты  $t_1$ ,  $t_2$  и  $t_3$ . Определяют значение целевой функции  $E$  в момент  $t_3$ .

6. Если  $E > 0$ , увеличивают на шаг время  $t_2$  и переходят к пункту 4.

7. Процесс увеличения  $t_2$  продолжают до тех пор, пока не будет определено минимальное при данном времени  $t_2$  значение целевой функции  $E$ .

8. Если при этом  $E > 0$ , уменьшают на шаг время  $t_1$  и переходят к пункту 3.

Описанный процесс повторяют до тех пор, пока при некоторых (искомых) значениях  $t_1$ ,  $t_2$  и  $t_3$  целевая функция  $E$  не станет достаточно близкой к нулю.

В соответствии с представленным алгоритмом разработана программа численного поиска на ЭВМ квазиоптимального управления  $V_3(t)$  с тремя интервалами постоянства величины управляющего параметра. На рис. 3 представлены

построенные по результатам расчета графики параметров движения системы тележка-груз, определенные для тех же условий, что и в предшествующем случае.

Как видно из рисунка, рассчитанное управление обеспечивает полное гашение колебаний груза к окончанию движения тележки. Оно имеет иные длительности отдельных интервалов, однако общее время перемещения тележки так же, как и при оптимальном управлении, составляет 9,65с. Т.е. найденное квазиоптимальное управление является столь же эффективным, что и строго оптимальное.

При рассмотренных видах управления, состоящих из трех интервалов, перемещение тележки на всем пути сопровождается интенсивным раскачиванием груза, что вызывает дополнительные динамические нагрузки на механизмы и затрудняет реализацию управления.

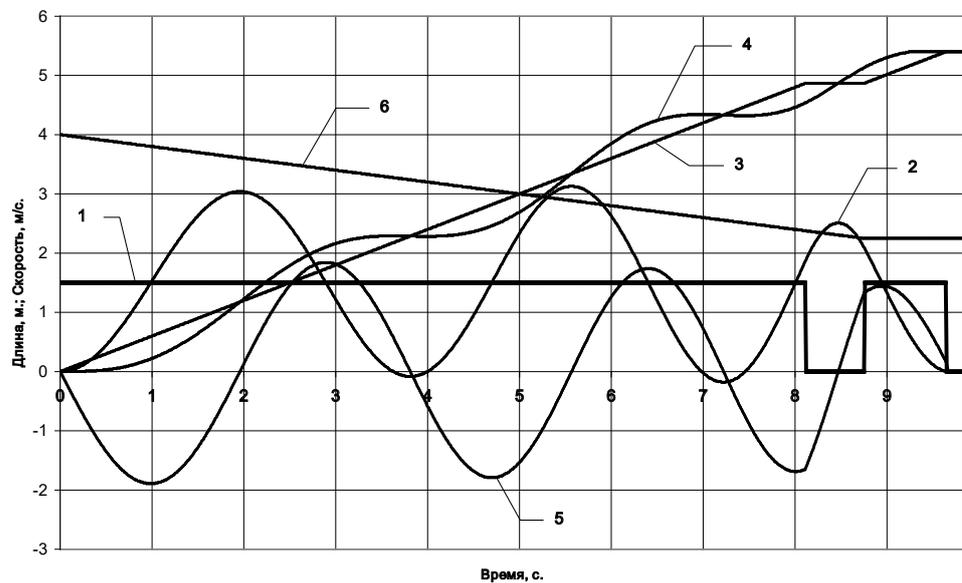


Рис. 3. Графики параметров движения тележки и груза при управлении, состоящем из трех интервалов Источник: Собственная разработка

Для устранения колебаний груза на большей части пути можно так организовать движение тележки, чтоб оно состояло из трех этапов.

На первом этапе выполняют разгон груза до горизонтальной скорости  $V_{MAX}$  так, чтоб к концу разгона подвес находился в вертикальном положении.

На втором этапе продолжают движение тележки со скоростью  $V_{MAX}$ , и груз, имея ту же горизонтальную скорость, будет двигаться синхронно с тележкой. При этом изменяющаяся длина подвеса не будет оказывать влияния на характер горизонтального движения груза.

На третьем этапе абсолютную скорость груза уменьшают до нуля так, чтоб в конечной точке пути груз оказался на одной вертикали с неподвижной тележкой.

Желательно, чтоб все этапы имели минимальную длительность. Для этого характер управления на этапах разгона и торможения должен соответствовать «принципу максимума» и определяться видом гамильтониана  $H$  (6) и вспомогательной функции  $\phi_1$  (9). Т.е. оптимальное по быстрдействию управление

тележкой на этапах разгона и торможения груза должно быть кусочно-постоянной функцией, принимающей на интервалах постоянства значения  $V = V_{MAX}$  при  $\phi_1 > 0$  и  $V = 0$  при  $\phi_1 < 0$ .

Можно показать, что длительности этапов разгона и торможения не будут превышать полупериода колебаний груза. За это время функция  $\phi_1$  успеет пересечь ось абсцисс только один раз, и оптимальное управление на каждом из этих этапов будет иметь только два интервала. Общее число интервалов такого управления будет равно пяти.

Для определения длительностей этих интервалов может быть использована (после внесения незначительных уточнений) та же программа, что и для расчета квазиоптимальных управлений. При помощи такой откорректированной программы было рассчитано для тех же условий, что и в предшествующих случаях, управление  $V_3(t)$ , обеспечивающее гашение колебаний на этапах разгона и торможения груза. По результатам расчета построены графики параметров движения системы тележка-груз, представленные на рис. 4.

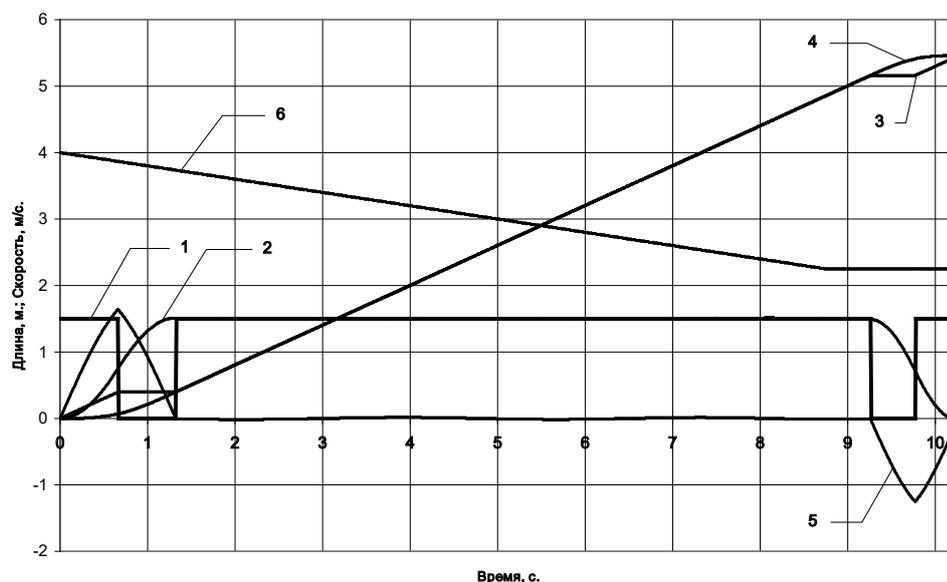


Рис. 4. Графики параметров движения тележки и груза при управлении, состоящем из 5 интервалов. Источник: Собственная разработка

Как видно из рисунка, при таком управлении груз большую часть пути перемещается с постоянной скоростью, оставаясь на одной вертикали с равномерно движущейся тележкой (хотя длина подвеса может при этом изменяться). Максимальное отклонение груза от вертикали (на этапе разгона) равно 0,17 м, что меньше, чем при оптимальном управлении.

Однако по главному показателю — общей длительности перемещения — квазиоптимальное управление  $V_3(t)$  заметно уступает строго оптимальному: при квазиоптимальном управлении  $V_3(t)$  время перемещения составляет 10,5 с, при оптимальном — 9,65 с.

### Выводы

1. Предложенный метод поиска оптимального управления легкими кранами и составленная на его основе программа расчета позволяют определить параметры управления, обеспечивающего быстрее перемещение на требуемое расстояние крановой тележки с грузом на подвесе, длина которого изменяется по заданному закону.

2. Оптимальное по быстродействию управление тележкой является кусочно-постоянной функцией времени. Число и длительности интервалов постоянства управляющего параметра зависят от соотношения между длиной подвеса и скоростью ее изменения. При постоянной длине подвеса количество интервалов оптимального управления увеличивается с увеличением длительности перемещения тележки.

3. Для современных кранов характерно такое соотношение между длиной подвеса и скоростью ее изменения, при котором оптимальное управление может состоять из достаточно большого числа интервалов (рис. 2), что может затруднить его реализацию.

4. Целесообразно, не задаваясь вопросом о количестве интервалов, сразу же искать квазиоптимальное управление, состоящее только из трех интервалов. В этом случае можно использовать существенно менее сложные и трудоемкие методы и программы расчета управлений.

5. Расчеты, выполненные по одной из таких программ, показывают, что состоящее из трех интервалов квазиоптимальное управление (рис.3) практически не уступает по эффективности строго оптимальному.

6. Те же методы и программы могут использоваться и для расчета квазиоптимальных управлений, состоящих из 5 интервалов, когда колебания груза гасятся на этапах разгона и торможения. При таком управлении (рис.4) большую часть пути груз перемещается синхронно с тележкой без раскачивания (длина подвеса при этом может меняться). Однако длительность перемещения в этом случае становится заметно больше (почти на 10%), чем при оптимальном управлении.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Bao Q. Research and development of automatic bulk cargo equipment in modern ports. *Port Technology International*. 2009. № 41. pp. 88–93.
2. Управление колебаниями / Ф.Л. Черноусько, Л. Д. Акуленко, Б. Н. Соколов. М.: Наука, 1980. 384 с.
3. Verschoof J. Cranes – Design, Practice and Maintenance. *Professional Engineering Publishing: Chapter 6. Sway and Swing; Automation the trolley travelling mechanism*. 2002. pp. 167–173.
4. Стрельцов П.М. Гашение колебаний груза при его перемещении на подвесе переменной длины. *Вісник ОНМУ*. 2012. № 35. С. 179–189.
5. Математические методы оптимального управления / В.Г. Болтянский. М.: Наука, 1969. 408 с.
6. Численные методы решения экстремальных задач / Ф.П. Васильев. М.: Наука, 1988. 545 с.

### REFERENCES

1. Bao, Q. (2009). Research and development of automatic bulk cargo equipment in modern ports. *Port Technology International*, 41. 88–93.
2. Chernousko, F.L., Akulenko, L.D., & Sokolov, B.N. *Swing control* [Upravlenie kolebaniiami]. Moscow: Science, 1980. 384 p. [in Russian].
3. Verschoof, J. (2002). Cranes – Design, Practice and Maintenance. *Professional Engineering Publishing: Chapter 6. Sway and Swing; Automation the trolley travelling mechanism*. 167–173.
4. Streltsov, P.M. (2012). Damping load vibrations when moving it on a suspension of variable length [Gashenie kolebaniy gruzha pri ego peremeshchenii na podvese peremennoi dliny]. *ONMU Bulletin*. 35, 179–189 [in Russian].
5. Boltyansky, V.G. *Mathematical Methods of Optimal Control* [Matematicheskie metody optimalnogo upravleniia]. Moscow: Science, 1969. 408 p. [in Russian].
6. Vasiliev, F.P. *Numerical methods for solving extreme problems* [Chislennyye metody resheniia ekstremalnykh zadach]. Moscow: Science, 1988. 545 p. [in Russian].

## ЛОГІСТИЧНИЙ МЕНЕДЖМЕНТ

УДК 656.025.4/6:656.073.5

DOI: 10.33082/td.2019.1-4.04

### РОЛЬ ТАМОЖЕННОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В ЛОГИСТИЧЕСКОМ ПРОЦЕССЕ ТОВАРОДВИЖЕНИЯ

В.М. Питерская

д.т.н., профессор кафедры «Эксплуатация портов и технология грузовых работ»,  
Одесский национальный морской университет, Одесса, Украина,  
ORCID ID: 0000-0001-5849-9033, varuwa@ukr.net

#### **Аннотация**

**Введение.** Современное развитие логистической системы имеет четко выраженную тенденцию интеграции национальной транспортной системы в единый мировой хозяйственный комплекс. Внешнеторговые связи превратились в важный фактор роста транспортно-технологического обслуживания перемещения товаров через таможенную границу Украины. **Цель.** Применение логистического подхода к организации процесса доставки с учетом таможенно-транспортного регулирования процедуры перемещения товаров через таможенную границу. **Результаты.** В статье описана роль таможенных органов в логистическом процессе товародвижения с учетом требований международных организаций, представлена схема логистической системы, учитывающая принципы регулирования транспортировки товаров через таможенную границу. Эффективное осуществление таможенных операций является одним из главных проявлений высокой степени развития логистической системы с точки зрения формирования международного транспортного комплекса при обеспечении национальной безопасности государства. Технология таможенно-транспортного регулирования должна обеспечивать ускорение товарооборота и пассажиропотока, что является одной из главных задач большинства таможенных учреждений иностранных государств, вызванной различными интеграционными процессами в области развития туризма, международным распределением труда, созданием общих рынков рабочей силы, а также организации международной логистической системы. Внедрение уравновешенных, стабильных технологий таможенно-тарифного контроля и таможенного оформления создает условия для функционирования в стабильном состоянии логистической системы, ее укрепления, способствует ускорению процесса товародвижения, развитию экспортного потенциала отечественной продукции, углублению интеграции в европейскую и мировую систему и активизации участия в международных таможенных организациях. **Выводы.** Рациональное использование логистической концепции товародвижения создаст условия для активизации отечественного научно-технического и инновационного

потенциалов, привлечения предприятий к эффективному сотрудничеству; внедрения механизма сохранения и восстановления интеллектуальных, энергетических, трудовых, природных ресурсов на территории государства и стимулирования наиболее эффективного их использования; обеспечения сбалансированности логистической системы с учетом признанных в международной практике мероприятий для облегчения торговли, увеличения транзитной привлекательности страны, ускорения товарооборота и пассажиропотока через таможенную границу, недопущения ввоза на территорию государства некачественных товаров, использование и потребление которых представляет опасность.

**Ключевые слова:** транспортная система, таможенная деятельность, логистика, грузопоток.

УДК 656.025.4/6:656.073.5

## РОЛЬ МИТНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ У ЛОГІСТИЧНОМУ ПРОЦЕСІ РУХУ ТОВАРІВ

В.М. Пітерська

д.т.н., професор кафедри «Експлуатація портів і технологія вантажних робіт»,  
Одеський національний морський університет, Одеса, Україна,  
ORCID ID: 0000-0001-5849-9033, varuwa@ukr.net

### Анотація

**Вступ.** Сучасний розвиток логістичної системи має чітко виражену тенденцію інтеграції національної транспортної системи в єдиний світовий господарський комплекс. Зовнішньоторговельні зв'язки перетворилися в важливий фактор зростання транспортно-технологічного обслуговування переміщення товарів через митний кордон України. **Мета.** Застосування логістичного підходу до організації процесу доставки з урахуванням митно-транспортного регулювання процедури переміщення товарів через митний кордон. **Результати.** У статті описана роль митних органів в логістичному процесі руху товару з урахуванням вимог міжнародних організацій, представлена схема логістичної системи, з огляду на принципи регулювання транспортування товарів через митний кордон. Ефективне здійснення митних операцій є одним з головних проявів високого ступеня розвитку логістичної системи з точки зору формування міжнародного транспортного комплексу при забезпеченні національної безпеки держави. Технологія митно-транспортного регулювання повинна забезпечувати прискорення товарообігу та пасажиропотоку, що є однією з головних завдань більшості митних установ іноземних держав, викликаной різними інтеграційними процесами в області розвитку туризму, міжнародним розподілом праці, створенням спільних ринків робочої сили, а також організації міжнародної логістичної системи. Впровадження врівноважених, стабільних технологій митного контролю і митного оформлення створює умови для функціонування в стабільному стані логістичної системи, її зміцнення, сприяє прискоренню процесу руху товару, розвитку експортного потенціалу вітчизняної продукції, поглиблення інтеграції в європейську і світову систему і активізації участі в міжнародних митних організаціях. **Висновки.**

*Раціональне використання логістичної концепції руху товару створить умови для активізації вітчизняного науково-технічного та інноваційного потенціалів, залучення підприємств до ефективної співпраці; впровадження механізму збереження і відновлення інтелектуальних, енергетичних, трудових, природних ресурсів на території держави і стимулювання найбільш ефективного їх використання; забезпечення збалансованості логістичної системи з урахуванням визнаних у міжнародній практиці заходів для полегшення торгівлі, збільшення транзитної привабливості країни, прискорення товарообігу та пасажиропотоку через митний кордон, недопущення ввезення на територію держави неякісних товарів, використання і споживання яких становить небезпеку.*

**Ключові слова:** транспортна система, митна діяльність, логістика, вантажопотік.

UDC 656.025.4/6:656.073.5

## ROLE OF CUSTOMS ACTIVITY IN THE LOGISTIC PROCESS OF TRADE TRAFFIC

V.M. Piterskaya

DSc, Professor of the Department „Port Operation and Cargo Works Technology”,  
Odessa National Maritime University, Odessa, Ukraine,  
ORCID ID: 0000-0001-5849-9033, varuwa@ukr.net

### **Abstract**

**Introduction.** *The modern development of the logistics system has a clear tendency to integrate the national transport system into a single global economic complex. Foreign trade relations have become an important factor in the growth of transport and technological services for the movement of goods across the customs border of Ukraine. **Goal.** Application of a logistic approach to the organization of the delivery process, taking into account customs and transport regulation of the procedure for moving goods across the customs border. **Results.** The article describes the role of customs authorities in the logistics process of goods distribution, taking into account the requirements of international organizations, presents a diagram of the logistics system, taking into account the principles of regulation of transportation of goods across the customs border. The effective implementation of customs operations is one of the main manifestations of the high degree of development of the logistics system in terms of the formation of an international transport complex while ensuring national security of the state. The technology of customs and transport regulation should ensure the acceleration of goods turnover and passenger traffic, which is one of the main tasks of most customs agencies of foreign countries caused by various integration processes in the field of tourism development, the international distribution of labor, the creation of common labor markets, as well as the organization of an international logistics system. The introduction of balanced, stable technologies of customs control and customs clearance creates the conditions for the stable functioning of the logistics system, its strengthening, helps to accelerate the process of goods distribution, develop the export potential of*

*domestic products, deepen integration in the European and world systems and enhance participation in international customs organizations. **Conclusions.** The rational use of the logistic concept of product distribution will create conditions for the activation of domestic scientific, technical and innovative potentials, attracting enterprises to effective cooperation; the introduction of a mechanism for the conservation and restoration of intellectual, energy, labor, natural resources in the territory of the state and stimulation of their most efficient use; ensuring a balanced logistics system, taking into account internationally recognized measures to facilitate trade, increase the country's transit attractiveness, accelerate trade and passenger traffic through the customs border, and prevent the importation of low-quality goods into the territory of the state, the use and consumption of which is dangerous.*

**Key words:** transport system, customs activity, logistics, trade traffic.

## **Введение**

Современное развитие логистической системы имеет четко выраженную тенденцию интеграции национальной транспортной системы в единый мировой хозяйственный комплекс. Внешнеторговые связи превратились в важный фактор роста транспортно-технологического обслуживания перемещения товаров через таможенную границу Украины.

Активное развитие международной транспортной системы требует создания новых подходов к разработке и принятию эффективных управленческих решений в вопросах использования принципов логистики при формировании технологии таможенно-транспортного обслуживания грузопотоков [1].

Эффективное осуществление таможенно-транспортной деятельности является важным направлением развития торговых отношений. Особая роль отводится государственному регулированию процесса товародвижения контролирующими службами.

Процесс глобализации международных отношений вызывает количественное и качественное увеличение товарных, информационных, финансовых потоков в мировом пространстве [2]. В этих условиях своевременная доставка товаров является существенным фактором функционирования развитой логистической системы.

## **Постановка проблемы**

В системе государственного управления процессом перемещения товаров через таможенную границу Украины важное место занимает таможенная деятельность. Это обусловлено влиянием таможенных органов на формирование логистической системы товародвижения.

Таможенная политика и таможенное дело, учитывая международные стандарты, являются главными рычагами проявления суверенитета государства при решении внутренних проблем страны, а также становлении международно-правовой позиции.

Стремительное развитие внешнеторговых связей привело к возникновению новых подходов к разработке эффективных стратегий функционирования системы

международных отношений. Важным направлением регулирования процесса товародвижения является формирование логистической концепции, способствующей сокращению времени доставки груза от отправителя получателю.

### **Анализ последних исследований и публикаций**

Для ускорения товарооборота и пассажиропотока в условиях логистического подхода перед таможенными органами Украины стоят важные задачи осуществления и контроля таможенного дела, применения мер тарифного и нетарифного регулирования при перемещении товаров через таможенную границу Украины. Важным аспектом при функционировании транспортной системы является осуществление регулирования направления товародвижения с учетом ситуаций риска [3–5].

Следует отметить, что Украина занимает выгодное геополитическое положение, обладает развитой сетью железнодорожных и автомобильных дорог, современными морскими портами. Данные факторы дают возможность государству занять одну из ключевых позиций в налаживании транспортных связей между странами Европы и Азии при осуществлении производственно-транспортной деятельности, способствующей стимулированию развития международной торговой системы, учитывая требования обеспечения безопасности страны и защиты общенациональных интересов [4–6].

Для рационального развития логистической системы необходимо проводить упрощение таможенных процедур в соответствии с принципами Киотской конвенции, а также требованиями Всемирной торговой организации [7, 8]. При этом следует учитывать возможные таможенные угрозы, их влияние и негативные последствия на процесс товародвижения, безопасность страны, национальные интересы, защиту и реализацию которых призвана обеспечивать таможенная служба [9–11].

Логистический подход к транспортировке товаров с позиции таможенного регулирования предполагает осуществление основных таможенных операций, связанных с контролем и оформлением товаров, перемещаемых через таможенную границу Украины, начислением, взиманием налогов и сборов [12].

**Формулирование цели статьи.** Целью настоящей статьи является применение логистического подхода к организации процесса доставки с учетом таможенно-транспортного регулирования процедуры перемещения товаров через таможенную границу.

### **Изложение основного материала исследования**

Либерализация внешнеэкономической деятельности, создание развитой логистической системы (рис.1), совершенствование методов государственного регулирования транспортно-производственной деятельности, уменьшение тарифных и нетарифных ограничений, снижение уровня пошлин до оптимального минимума, упрощение таможенных, экспортно-импортных процедур с одновременной их компьютеризацией приведут к снижению барьеров, а также к динамичному развитию международной торгово-транспортной системы.



Рис. 1. Схема логистической системы. Источник: Собственная разработка

Совершенствование деятельности таможенных органов в условиях логистического подхода к товародвижению состоит в рационализации форм и методов таможенного контроля и оформления, а именно, в установлении приемов, которые отвечают признанным в международной практике таможенным стандартам и правилам, способствуют ускорению товарооборота и пассажиропотока, не вредят законным правам и интересам субъектов перемещения, а также обеспечивают неукоснительное выполнение таможенными органами поставленных перед ними задач с учетом мировых тенденций использования системы электронного декларирования и анализа рисков наступления нарушения таможенного законодательства.

Неотъемлемой частью эффективного функционирования логистической системы является соблюдение субъектами перемещения требований относительно качества товаров и услуг, предусмотренных международной и государственными системами качества.

Технология таможенно-транспортного регулирования должна обеспечивать ускорение товарооборота и пассажиропотока, что является одной из главных задач большинства таможенных учреждений иностранных государств, вызванной различными интеграционными процессами в области развития туризма, международным распределением труда, созданием общих рынков рабочей силы, а также организации международной логистической системы.

Данная система предполагает осуществление совместного таможенного контроля по единой технологической схеме, что способствует установлению договорных отношений с соседними государствами, развитию международного сотрудничества в области таможенного дела через участие в мировых таможенных и торговых организациях.

Для обеспечения эффективного функционирования транспортной системы в условиях логистического подхода к таможенному регулированию следует учитывать порядок верификации сертификатов о происхождении товаров путем проверки указанного документа на достоверность при помощи проведения экспертизы, проверки правильности заполнения граф, наличия оттиска печати и подписи уполномоченного лица, а также места и даты выдачи.

Еще одним направлением рационального взаимодействия таможенной и транспортной системы является унификация процедур таможенного контроля и оформления товаров, принадлежащих как предприятиям, организациям, учреждениям различных форм собственности, так и гражданам, путем внедрения технологических схем контроля, которые соответствуют современным международным стандартам.

Ускорение процесса транспортировки товаров через таможенную границу Украины в условиях логистического подхода предполагает детальное рассмотрение такого важного фактора процедуры декларирования, как срок подачи таможенной декларации.

С целью упрощения таможенных операций вводится подача предварительной, временной, неполной, периодической декларации.

Национальная таможенная политика тесно связана и прямо или косвенно подчиняется таможенной политике многих международных организаций, в частности, таких как Всемирная торговая организация и Всемирная таможенная организация.

Эффективное осуществление таможенных операций является одним из главных проявлений высокой степени развития логистической системы с точки зрения формирования международного транспортного комплекса при обеспечении национальной безопасности государства.

Организация транспортного процесса должна быть построена на своевременном выявлении, предупреждении и нейтрализации внешних и внутренних угроз национальной безопасности, защите суверенитета и территориальной целостности Украины, безопасности ее приграничного пространства, усилении позиций Украины в мире, поддержании на надлежащем уровне оборонного потенциала, обеспечении социально-политической стабильности общества, усовершенствовании системы государственной власти.

Одной из особенностей современного этапа развития внешнеторговой системы является стремительное увеличение объемов товаропотоков, требующих надлежащего регулирования в условиях логистического интегрирования, углубление взаимозависимости между государствами, обусловленное увеличением производственных сил и научно-техническим прогрессом. Поэтому целесообразным является постепенное преодоление торговых барьеров и свободное перемещение товаров через территорию Украины.

Обязательным условием успешного функционирования таможенно-транспортной системы, исходя из фундаментальных общенациональных интересов, в соответствии с которыми определяются направления и приоритеты государственной политики, является активное вхождение Украины в мировое политическое, экономическое, правовое пространство.

Учитывая особенности геополитического расположения Украины, зависимость от импорта энергоресурсов, структуру транспортного комплекса, важным аспектом эффективного развития страны считается международное сотрудничество в области таможенного администрирования процесса товародвижения в условиях разработки и использования логистической концепции организации перемещения товаров через таможенную границу Украины. Одним из направлений таможенной политики является создание благоприятных условий для прогрессивного развития товарооборота и пассажиропотока при разработке методов организации транспортного процесса, основанных на принципах логистики с учетом адаптации национального законодательства в таможенной сфере к международным стандартам.

Таможенная политика ориентирована на обеспечение продовольственной безопасности, защиту внутреннего рынка от некачественных импортных поставок, которые могут негативно повлиять на состояние национальных потребителей, производителей, окружающей среды.

Важно отметить фискальную направленность таможенной политики, обеспечивающую увеличение поступлений в государственный бюджет для удовлетворения внутренних потребностей государства.

От эффективности осуществления таможенно-транспортного регулирования во многом зависит достижение стабильности логистического процесса товародвижения.

Внедрение уравновешенных, стабильных технологий таможенного контроля и таможенного оформления создает условия для функционирования в стабильном состоянии логистической системы, ее укрепления, способствует ускорению процесса товародвижения, развитию экспортного потенциала отечественной продукции, углублению интеграции в европейскую и мировую систему и активизации участия в международных таможенных организациях.

Успешное функционирование таможенных органов, как составляющей логистической системы, предполагает внедрение в практику деятельности прогрессивных технологий, а также выбор оптимальной структуры таможенного администрирования и варианта размещения подразделений на территории государства, способствующих увеличению эффективности работы за счет сокращения времени таможенного контроля и оформления товаров, транспортных средств и других предметов, перемещаемых через границу Украины.

Данные действия должны выполняться с учетом требований Всемирной торговой организации, целью деятельности которой является уменьшение торговых барьеров и облегчение обмена товарами и услугами между странами.

Регулирование процесса товародвижения в условиях логистического подхода должно быть направлено на достижение государством определенных преимуществ на международном уровне. Однако страна должна проводить политику по противодействию влиянию негативных факторов и минимизации причиненных убытков, активно использовать мировой опыт разработки систем организации товародвижения и технологии управления ими с использованием преимуществ современных форм международного построения таможенно-транспортных систем. Данные действия предполагают проведение политики, так называемого, селективного протекционизма, в соответствии с которой государство защищает от иностранной конкуренции рынки потребительских товаров путем использования тарифных и нетарифных инструментов.

## **Выводы**

Таможенное дело имеет внутригосударственную направленность, которая обуславливается установлением определенного порядка перемещения товаров через таможенную границу Украины с использованием инструментов таможенного регулирования.

Поскольку непосредственно таможенное дело организовывается и реализуется таможенными органами, то они являются главным фактором обеспечения таможенной безопасности и интересов государства с учетом принципов логистики.

Рациональное использование логистической концепции товародвижения создаст условия для активизации отечественного научно-технического и инновационного потенциалов, привлечения предприятий к эффективному сотрудничеству; внедрения механизма сохранения и восстановления интеллектуальных, энергетических, трудовых, природных ресурсов на территории государства и стимулирования наиболее эффективного их использования; обеспечения сбалансированности логистической системы с учетом признанных в международной практике мероприятий для облегчения торговли, увеличения транзитной привлекательности страны, ускорения товарооборота и пассажиропотока через таможенную границу, недопущения ввоза на территорию государства некачественных товаров, использование и потребление которых представляет опасность.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Організація митної справи в Україні / В.М. Прусс, В.М. Пітерська. Одеса: Фенікс, 2009. 254 с.
2. Piterska V., Kolesnikov O., Lukianov D., Kolesnikova K., Gogunskii V., Olekh T., Shakhov A., Rudenko S. Development of the Markovian model for the life cycle of a project's benefits. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2018, № 5/4 (95), pp. 30–39. doi: 10.15587/1729-4061.2018.145252
3. Шахов А.В., Питерская В.М. Оптимизация тарифного регулирования таможенно-транспортной деятельности Украины. *Таможня и ВЭД*. 2008. № 7. С. 183–195.
4. Питерская В.М. О проблемах развития научно-технологических парков в Украине. *Проблеми техніки: Науково-виробничий журнал*. 2012. № 3. С. 104–114.
5. Питерская В.М., Шахов А.В. Методика транспортно-таможенного обеспечения развития портов Украины. *Вісник ОНМУ*. 2009. № 26. С. 172–179.
6. Piterskaya V.M. Method of transportation system capacity determination considering cargo flow forecasting. *Вісник ОНМУ*. 2014. № 1(40). С. 176–183.
7. Питерская В.М., Бокарева М.О. Энергетическая модель управления ценностью проектно-ориентированной организации. *Восточно-Европейский журнал передовых технологий*. 2013. № 1/10(61), ч. 3. С. 199–203.
8. Shakhov A., Piterska V. The development of the risk management mechanism for innovation project. *EUREKA: Physics and Engineering*. 2018. № 3. pp. 12–20.
9. Piterska V., Lohinov O., Lohinova L. Mechanism for forming an effective portfolio of research projects of institution of higher education. *Innovative technologies and scientific solutions for industries*. 2019. № 3(9), pp. 99–108. doi: 10.30837/2522-9818.2019.9.099
10. Piterska V., Lohinov O., Lohinova L. Portfolio method of scientific activity management of higher education institutions. *Innovative technologies and scientific solutions for industries*. 2019. № 2(8), pp. 86–96. doi: 10.30837/2522-9818.2019.8.086
11. Piterska V. M., Shakhov A. V. Development of the Methodological Proposals for the Use of Innovative Risk-Based Mechanism in Transport System. *International Journal of Engineering & Technology (UAE)*. 2018. № 7 (4.3), pp. 257–261.
12. Piterskaya V.M. Transportation system development modeling subject to customs control of cargo flows. *Constanta Maritime University Annals*. 2014. Year XIV. Vol. 20. P. 311–315.

### REFERENCES

1. Pruss, V.M., & Piterska, V.M. (2009). *Customs Organization in Ukraine* [Orhanizatsiia mytnoi spravy v Ukraini]. Odessa: Phoenix, 254 p. [in Ukraine].

2. Piterska, V., Kolesnikov, O., Lukianov, D., Kolesnikova, K., Gogunskii, V., Olekh, T., Shakhov, A., & Rudenko, S. (2018). Development of the Markovian model for the life cycle of a project's benefits. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 5/4 (95), 30–39. doi: 10.15587/1729-4061.2018.145252
3. Shakhov, A.V., & Piterskaya, V.M. (2008). Optimization of tariff regulation of customs and transport activities of Ukraine [Optimizatsiia tarifnogo regulirovaniia tamozhenno-transportnoi deiatelnosti Ukrainy]. *Customs and FEA*. 7, 183–195 [in Russian].
4. Piterskaya, V.M. (2012). On the problems of the development of science and technology parks in Ukraine [O problemakh razvitiia nauchno-tekhnologicheskikh parkov v Ukraine]. *Engineering problems*. 3, 104–114 [in Russian].
5. Piterskaya, V.M., & Shakhov, A.V. (2009). Methods of transport and customs support for the development of ports of Ukraine [Metodika transportno-tamozhennogo obespecheniia razvitiia portov Ukrainy]. *Bulletin of ONMU*. 26, 172–179 [in Russian].
6. Piterskaya, V.M. (2014). Method of transportation system capacity determination considering cargo flow forecasting. *Bulletin of ONMU*. 1(40), 176–183.
7. Piterskaya, V.M., & Bokareva, M.O. (2013). The energy model of value management of a project-oriented organization [Energeticheskaia model upravleniia tsennosti proektno-orientirovannoi organizatsii]. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 1/10(61), 199–203 [in Russian].
8. Shakhov, A., & Piterska, V. (2018). The development of the risk management mechanism for innovation project. *EUREKA: Physics and Engineering*. 3, 12–20.
9. Piterska, V., Lohinov, O., & Lohinova, L. (2019). Mechanism for forming an effective portfolio of research projects of institution of higher education. *Innovative technologies and scientific solutions for industries*. 3(9), 99–108. doi: 10.30837/2522-9818.2019.9.099
10. Piterska, V., Lohinov, O., & Lohinova, L. (2019). Portfolio method of scientific activity management of higher education institutions. *Innovative technologies and scientific solutions for industries*. 2(8), 86–96. doi: 10.30837/2522-9818.2019.8.086
11. Piterska, V.M., & Shakhov, A. V. (2018). Development of the Methodological Proposals for the Use of Innovative Risk-Based Mechanism in Transport System. *International Journal of Engineering & Technology (UAE)*. 7 (4.3), 257–261.
12. Piterskaya, V.M. (2014). Transportation system development modeling subject to customs control of cargo flows. *Constanta Maritime University Annals*. XIV(20), 311–315.

**О ВЕРОЯТНОСТНОМ АНАЛОГЕ МОДЕЛИ УИЛСОНА  
ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО РАЗМЕРА  
ПОСТАВОК ПАРТИИ ТОВАРА**

**М.Я. Постан**

д.э.н., зав. кафедрой «Менеджмент и маркетинг»,  
Одесский национальный морской университет, Одесса, Украина,  
ORCID ID: 0000-0003-4891-3063, postan@ukr.net

**Аннотация**

**Введение.** Классическая модель Уилсона в теории управления запасами и ее различные обобщения до сих пор продолжает играть важную роль в теории и практике логистического менеджмента. В частности, представляет большой теоретический и практический интерес ее развитие в следующих направлениях: учет возможных рисков, связанных с вариацией сроков поставок заказанных партий товара снабженческой фирме, а также случайным колебанием спроса на товар; совместное планирование снабженческой фирмой закупки товара и его доставки потребителям транспортными средствами; исследование влияния политики закупок товаров фирмой на организацию производственного процесса на предприятиях-потребителях. Настоящая работа посвящена анализу возможных подходов к решению задачи, относящейся к первому из вышеуказанных направлений и основанной на применении методов теории массового обслуживания. **Цель.** Построение и анализ обобщенной модели Уилсона на случай, когда длительность промежутка времени с момента размещения заказа на поставку товара до осуществления самой поставки является случайной величиной с произвольной функцией распределения. **Результаты.** В работе предложена вероятностная модель для определения оптимального размера партии товара, который снабженческая фирма заказывает у поставщика, с учетом случайной длительности промежутка времени от момента оформления заказа до получения товара фирмой. Модель обобщает классическую модель Уилсона для определения оптимального размера партии товара, который закупает снабженческая фирма. Система управления запасами анализируется в установившемся режиме работы. Целевой функцией являются суммарные средние затраты фирмы в единицу времени на приобретение и хранение товара, также рыночные потери вследствие временного отсутствия товара на складе. **Выводы.** В работе показано, что для учета случайности времени выполнения заказа на поставку партии товара можно использовать сочетание аппарата теории запасов и теории очередей. При этом формула Уилсона для одного вида товара имеет столь же простой вид, как и для случая нулевого времени выполнения заказа. Примененный выше подход может быть использован и для анализа более общей ситуации, когда спрос на товар также является случайной величиной, что более соответствует логистической практике.

**Ключевые слова:** снабженческая фирма, политика закупки товара, случайное время доставки, обобщенная модель Уилсона, оптимальный размер поставки.

УДК 658.7

**ПРО ІМОВІРНІСНИЙ АНАЛОГ МОДЕЛІ ВІЛЬСОНА ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ  
ОПТИМАЛЬНОГО РОЗМІРУ ПОСТАВОК ПАРТІЇ ТОВАРУ**

**М.Я. Постан**

д.е.н., зав. кафедрою «Менеджмент і маркетинг»,  
Одеський національний морський університет, Одеса, Україна,  
ORCID ID: 0000-0003-4891-3063, postan@ukr.net

**Анотація**

**Вступ.** Класична модель Вільсона в теорії управління запасами і її різні узагальнення досі продовжують відігравати важливу роль в теорії та практиці логістичного менеджменту. Зокрема, представляє великий теоретичний і практичний інтерес її розвиток в наступних напрямках: облік можливих ризиків, пов'язаних з варіацією термінів постачань замовлених партій товару постачальній фірмі, а також випадковим коливанням попиту на товар; спільне планування постачальною фірмою закупівлі товару і його доставки споживачам транспортними засобами; дослідження впливу політики закупівель товарів фірмою на організацію виробничого процесу на підприємствах-споживачів. Дана робота присвячена аналізу можливих підходів до вирішення завдання, що відноситься до першого з вищевказаних напрямків і заснована на застосуванні методів теорії масового обслуговування. **Мета.** Побудова і аналіз узагальненої моделі Вільсона на випадок, коли тривалість проміжку часу з моменту розміщення замовлення на поставку товару до здійснення самої поставки є випадковою величиною з довільною функцією розподілу. **Результати.** В роботі запропонована імовірнісна модель для визначення оптимального розміру партії товару, який постачальна фірма замовляє у постачальника, з урахуванням випадкової тривалості проміжку часу від моменту оформлення замовлення до отримання товару фірмою. Модель узагальнює класичну модель Вільсона для визначення оптимального розміру партії товару, який закуповує постачальна фірма. Система управління запасами аналізується в сталому режимі роботи. Цільовою функцією є сумарні середні витрати фірми в одиницю часу на придбання та зберігання товару, також ринкові втрати внаслідок тимчасової відсутності товару на складі. **Висновки.** У роботі доведено, що для обліку випадковості часу виконання замовлення на поставку партії товару можна використовувати поєднання апарату теорії запасів і теорії черг. При цьому формула Вільсона для одного виду товару має настільки ж простий вигляд, як і для випадку нульового часу виконання замовлення. Застосований вище підхід може бути використаний і для аналізу більш загальної ситуації, коли попит на товар також є випадковою величиною, що більш відповідає логістичній практиці.

**Ключові слова:** постачальна фірма, політика закупівлі товару, випадковий час доставки, узагальнена модель Вільсона, оптимальний розмір поставки.

UDC 658.7

**ABOUT PROBABILISTIC ANALOGUE OF WILSON'S MODEL  
FOR DETERMINING THE OPTIMAL SIZE OF DELIVERY OF A GOODS PARTY**

**M.Ya. Postan**

DSc, Head of the Department „Management and Marketing”,  
Odessa National Maritime University, Odessa, Ukraine,  
ORCID ID: 0000-0003-4891-3063, postan@ukr.net

**Abstract**

**Introduction.** Wilson's classical model in the theory of inventory management and its various generalizations still continues to play an important role in the theory and practice of logistics management. In particular, its development in the following areas is of great theoretical and practical interest: taking into account possible risks associated with a variation in the timing of deliveries of ordered consignments of goods to a supply company, as well as a random fluctuation in demand for goods; joint planning by a supply company for the purchase of goods and their delivery to consumers by vehicles; study the impact of the firm's procurement policy on the organization of the production process at consumer enterprises. This paper is devoted to the analysis of possible approaches to solving the problem related to the first of the above directions and based on the application of queuing theory methods. **Goal.** The construction and analysis of a generalized Wilson model for the case when the length of time from the moment of placing the order for the delivery of goods to the delivery itself is a random variable with an arbitrary distribution function. **Results.** The stochastic model is proposed for lot size of good optimization which supply firm orders at a vendor taking into account a random time of good delivery. The model generalizes the classic Wilson formula for determination of optimal lot size. The model is built with the help of storage and queueing theories methods. The inventory control system is analyzed in steady-state regime of functioning. The objective function is total mean current costs of supply firm for order of good, its storage, and for market losses because of temporal absence of good in warehouse. For the case one kind of good the generalized Wilson formula is obtained. For the case of several kinds of good the corresponding optimization problem for optimal lot sizes determination has been formulated. **Conclusions.** The paper shows that to take into account the randomness of the lead time for the delivery of a consignment, you can use a combination of the stock theory apparatus and queue theory. Moreover, the Wilson formula for one type of product has the same simple form as for the case of zero lead time. The approach used above can be used to analyze a more general situation, when the demand for goods is also a random variable, which is more consistent with logistic practice.

**Key words:** supply firm, policy of a good buying, random delivery time, generalized Wilson formulae, optimal lot size.

## Введение

Классическая модель Уилсона в теории управления запасами и ее различные обобщения до сих пор продолжает играть важную роль в теории и практике логистического менеджмента [1–3]. В частности, представляет большой теоретический и практический интерес ее развитие в следующих направлениях:

а) учет возможных рисков, связанных с вариацией сроков поставок заказанных партий товара снабженческой фирме, а также случайным колебанием спроса на товар;

б) совместное планирование снабженческой фирмой закупки товара и его доставки потребителям транспортными средствами;

в) исследование влияние политики закупок товаров фирмой на организацию производственного процесса на предприятиях-потребителей.

Настоящая работа посвящена анализу возможных подходов к решению задачи, относящейся к первому из вышеуказанных направлений и основанной на применении методов теории массового обслуживания (ТМО).

**Обзор последних исследований и публикаций.** Согласно работе [4], все типы моделей управления запасами можно условно разделить на две основных группы:

а) модели группы А, в которых процесс пополнения запаса продукта задан, а мы можем управлять только интенсивностью его использования (так называемые модели теории хранения запасов – Stochastic Storage Theory). Типичный пример – модели теории водохранилищ;

б) модели группы Б, в которых процесс пополнения запаса товара считается управляемым, а процесс потребления товара задан (модели теории оптимального управления запасами – Inventory Control Theory).

В практических приложениях, однако, часто используется сочетание моделей из обеих указанных групп.

В работе [5] была показана возможность применения стохастической теории запасов к решению задачи определения оптимального размера партии поставляемого товара в условиях, когда заказы на пополнение уровня запаса товара на складе фирмы подаются вне зависимости от текущего уровня запаса. Такая модель носит скорее теоретический характер и демонстрирует только возможность использования в теории управления запасами весьма гибкого и универсального математического аппарата, обычно применяемого при исследовании сложных вероятностных систем любой природы. Здесь имеются в виду аппарат цепей Маркова (с непрерывным временем), полумарковских процессов, кусочно-линейных марковских и др. случайных процессов [6–8]. В более широком смысле здесь речь идет об изучении стохастических систем хранения запасов, в которых интенсивность потока поступающих в систему новых партий товара зависит от уровня запаса на складе фирмы.

Ниже на простом примере будет показано, как указанные процессы могут быть использованы для вероятностного обобщения модели Уилсона на случай, когда точкой заказа на поставку очередной партии товара служит момент времени обнуления уровня запаса (как и в модели Уилсона), а время выполнения заказа является случайной величиной с произвольным законом распределения.

**Цель исследования и постановка задачи.** Целью исследования является построение и анализ обобщенной модели Уилсона на случай, когда длительность промежутка времени с момента размещения заказа на поставку товара до осуществления самой поставки является случайной величиной с произвольной функцией распределения.

### Изложение основного материала

Пусть снабженческая фирма периодически закупает товар одного вида, причем размер закупаемой партии равен  $Q$ . Потребление товара (т.е. его реализация, вывоз) происходит с постоянной интенсивностью  $W$  (т.е.  $W$  – интенсивность спроса). В момент времени, когда запас товар на складе становится равным нулю, подается заказ на поставку новой партии товара. Время с момента подачи  $n$ -й по счету заявки до прибытия партии товара есть случайная величина  $\theta_n$  с функцией распределения (ф.р.)  $A(t)$  (случайные величины  $\theta_1, \theta_2, \dots$  предполагаются взаимно независимыми). В описанной модели предусматриваются рыночные потери фирмы вследствие задержки в поставке товара после исчерпания его запаса (задолженный спрос отсутствует). В данной модели имеет место риск возникновения потерь фирмы из-за неудовлетворенного спроса.

Отметим, что длительность  $n$ -го цикла заказа, т.е. промежутка времени с момента подачи  $n$ -й заявки на пополнение запаса до поступления на склад партии товара, равна  $\tau + \theta_n$ , где  $\tau = Q/W$ .

Пусть  $Z(t)$  означает уровень запаса товара на складе в момент времени  $t$ . Очевидно, что

$$Z(t) = Q - Wt, \quad 0 \leq t \leq \tau.$$

В терминах теории массового обслуживания (ТМО) вероятностное поведение склада совпадает с вероятностным поведением простейшей одноканальной системы массового обслуживания типа  $GI/D/1$  с отказами, без ожидания и постоянным временем обслуживания любой заявки, равным  $\tau$ . Обозначим через  $\gamma(t)$  случайный процесс, принимающий два значения:

$$\gamma(t) = \begin{cases} 0, & \text{если в момент } t \text{ склад пуст и партия товара находится в пути,} \\ 1, & \text{если склад в момент } t \text{ не пуст.} \end{cases}$$

Иными словами,  $\gamma(t) = e(Z(t))$ , где  $e(x) > 1$ , если  $x > 0$ ,  $e(0) = 0$ .

Будем рассматривать предельное при  $t \rightarrow \infty$  поведение процесса  $Z(t)$  (т.е. в установившемся, статистически равновесном режиме работы склада). Из ТМО известно [8], что

$$\begin{aligned} \pi_0 &= \lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{P}\{\gamma(t) = 0\} = \left(1 + \frac{\lambda Q}{W}\right)^{-1}, \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{M}(Z(t) | \gamma(t) = 1) &= \frac{Q}{2}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\lambda^{-1} = \int_0^{\infty} t dA(t) < \infty$  – среднее значение случайной величины  $\theta_1$ , т.е. средняя

длительность доставки партии товара.

При этом интенсивность потока партий товара на склад равна  $\lambda Q \pi_0$ , а интенсивность потока заказов на пополнение запаса равна  $\lambda \pi_0$ . Интенсивность же потока финансовых потерь из-за неудовлетворенного спроса составит  $W d \pi_0$ .

С помощью приведенных результатов (1) мы можем оценить совокупные средние текущие затраты фирмы на размещение заказов, закупку товара, хранение запасов, а также рыночные потери, которые обозначим  $\bar{C}(Q)$ . С этой целью введем дополнительные условные обозначения:

$d$  – продажная цена товара, устанавливаемая снабженческой фирмой;

$c$  – затраты на закупку единицы товара;

$c_0$  – затраты на размещение заказа;

$c_1$  – расходы на хранение единицы товара на складе в единицу времени.

В принятых условных обозначениях величину  $\bar{C}(Q)$  можно представить следующим образом:

$$\begin{aligned} \bar{C}(Q) &= W d \pi_0 + \lambda Q c \pi_0 + \lambda c_0 \pi_0 + c_1 (1 - \pi_0) Q / 2 = \\ &= [W d + \lambda Q c + \lambda c_0 - c_1 Q / 2] / (1 + \lambda Q / W) + c_1 Q / 2, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $p = d - c$ .

Значение  $Q$ , минимизирующее функцию (2), удовлетворяет уравнению  $\bar{C}'(Q) = 0$ , откуда получаем следующее квадратное уравнение

$$\frac{\lambda c_1}{2W^2} Q^2 + \frac{c_1}{W} Q - p - \frac{\lambda c_0}{W} = 0,$$

где  $p = d - c$ . Положительный корень этого уравнения равен

$$Q^{(o)} = \frac{W}{\lambda} \left[ \sqrt{1 + 2\lambda \frac{\lambda c_0 + W p}{W c_1}} - 1 \right]. \quad (3)$$

Как видно из (3), в отличие от формулы Уилсона, оптимальный размер партии товара зависит от параметра  $p$  – разности продажной цены и стоимости единицы товара. В частности, при  $\lambda \rightarrow \infty$  (т.е. при мгновенном выполнении заказа на поставку) из (3) вытекает формула Уилсона, т.е.

$$Q^{(o)} = \sqrt{\frac{2c_0 W}{c_1}}.$$

Полученные результаты могут быть обобщены на случай нескольких видов товара, подобно тому как это делается в модели Уилсона. Пусть, например, имеется  $M$  видов товара, которые фирма заказывает у  $M$  поставщиков, причем у каждого поставщика заказывается только один вид товара. Будем считать также, что заказы на поставку каждого вида товара осуществляются независимо друг от друга. В отношении товара каждого вида сохраним принятые ранее соглашения

и условные обозначения, снабдив последние только нижним индексом  $m$ , означающим номер вида товара,  $m = 1, 2, \dots, M$ . Введем также дополнительные обозначения:

$v_m$  – удельный погрузочный объем товара  $m$ -го вида;  
 $V$  – вместимость склада.

Тогда оптимизационную модель можно сформулировать следующим образом: найти такие значения положительных параметров  $Q_1, Q_2, \dots, Q_M$ , которые бы доставляли минимум функции (см. (2))

$$\begin{aligned} \bar{C}(Q_1, \dots, Q_M) = \\ = \sum_{m=1}^M [W_m d_m + \lambda_m (c_{0m} + c_m Q_m) - c_{1m} Q_m / 2] / (1 + \lambda_m Q_m / W_m) + c_{1m} Q_m / 2 \end{aligned} \quad (5)$$

при условии

$$\frac{1}{2} \sum_{m=1}^M (1 - \pi_{0m}) Q_m v_m \leq V$$

или

$$\sum_{m=1}^M \frac{\lambda_m Q_m^2}{W_m + \lambda_m Q_m} v_m \leq 2V. \quad (6)$$

Заметим, что и целевая функция (5), и ограничение (6) представляют собой выпуклые функции переменных  $Q_1, Q_2, \dots, Q_M$ . При выполнении условия

$$\sum_{m=1}^M \frac{\lambda_m (Q_m^{(0)})^2}{W_m + \lambda_m Q_m^{(0)}} \leq 2V,$$

где величины  $Q_m^{(0)}$  вычисляются по формуле (3) с соответствующей модификацией, решение задачи минимизации функции (5) при условии (6) дается формулами (3). В противном случае необходимо решать задачу на условный экстремум. Для этого может быть использован, например, метод неопределенных множителей Лагранжа. Составим лагранжиан этой задачи:

$$L = \bar{C}(Q_1, \dots, Q_M) + \phi \left[ \sum_{m=1}^M \frac{\lambda_m Q_m^2}{W_m + \lambda_m Q_m} v_m - 2V \right], \quad (7)$$

где  $\phi$  – неопределенный множитель. Приравнявая частные производные функции (7) по переменным  $Q_1, Q_2, \dots, Q_M$  и  $\phi$  к нулю и выполнив несложные преобразования, получим следующее выражение для оптимального значения  $Q_m$ :

$$Q_m^* = \frac{W_m}{\lambda_m} \left[ 1 + \frac{2\lambda_m (p_m + \lambda_m c_{0m} / W_m)}{c_{1m} + 2\lambda_m v_m \phi} - 1 \right], \quad (8)$$

где множитель  $\phi$  является единственным положительным корнем уравнения

$$\sum_{m=1}^M \frac{\lambda_m (Q_m^*)^2}{w_m + \lambda_m Q_m^*} \nu^m = 2V.$$

С вычислительной точки зрения решение задачи минимизации функции (5) при условии (6) удобнее выполнять с помощью пакета программ *Microsoft Excel*, опция «Поиск решения».

### Выводы

Таким образом, для учета случайности времени выполнения заказа на поставку партии товара можно использовать сочетание аппарата теории запасов и теории очередей. При этом формула Уилсона для одного вида товара имеет столь же простой вид, как и для случая нулевого времени выполнения заказа. Примененный выше подход может быть использован и для анализа более общей ситуации, когда спрос на товар также является случайной величиной, что более соответствует логистической практике.

### ЛИТЕРАТУРА

1. The logic of logistics: theory, algorithms, and applications for logistics management / J. Bramel, D. Simchi-Levi. Berlin: Springer, 1997. 281 p.
2. Introduction to distribution logistics / P. Brandimarte, G. Zotteri. New York: John Wiley & Sons, 2007. 581 p.
3. Логистика. Интегрированная цепь поставок / Д. Бауэрсокс. М.: Олимп-Бизнес, 2005. 640 с.
4. Булинская Е. В. Теория запасов. *Труды III Всесоюзной школы-совещания по теории массового обслуживания в Пуццино*. 1976. Т. 1. С. 62–85.
5. Постан М.Я. О влиянии теории управления запасами на развитие логистики. *Логистика: проблемы и решения*. 2007. № 2. С. 24–27.
6. Постан М.Я. Application of Markov Drift Processes to Logistical Systems Modeling. *Proc. of First Intl. Conf. "Dynamics in Logistics"*, Bremen, 2007. pp. 443–455. doi: 10.1007/978-3-540-76862-3.
7. Постан М.Я. Application of Semi-Markov Drift Processes to Logistic Systems Modeling and Optimization. *Proc. of 4th Intl. Conf. "Dynamics in Logistics" LDIC2014*. Berlin, 2016. pp. 227–237. doi: 10.1007/978-3-319-23512-7.
8. Введение в теорию массового обслуживания / Б.В. Гнеденко, И.Н. Коваленко. М.: КомКнига, 2005. 397 с.

### REFERENCES

1. J. Bramel, J., & Simchi-Levi, D. (1997). *The logic of logistics: theory, algorithms, and applications for logistics management*. Berlin: Springer, 1997. 281 p.

2. Brandimarte, P., & Zotteri, G. (2007). *Introduction to distribution logistics*. New York: John Wiley & Sons. 581 p.
3. Bowersox, D. & Closs, D. (2005). *Logistical Management. The Integrated Supply Chain Process* [Logistika. Integrirovannaia tsep postavok]. M.: Olymp-Business. 640 p. [in Russian].
4. Bulinskaya, E.V. (1976). Stock Theory [Teoriia zapasov]. *Proceedings of the III Union School-Meeting on Queuing Theory in Pushchino. I.* 62–85 [in Russian].
5. Postan, M.Ya. (2007). On the impact of inventory management theory on the development of logistics [O vliianii teorii upravleniia zapasami na razvitie logistiki]. *Logistics: problems and solutions. 2.* 24–27 [in Russian].
6. Postan, M.Ya. (2007). Application of Markov Drift Processes to Logistical Systems Modeling. *Proc. of First Intl. Conf. "Dynamics in Logistics", Bremen*, 443–455. doi: 10.1007/978-3-540-76862-3
7. Postan, M.Ya. (2016). Application of Semi-Markov Drift Processes to Logistic Systems Modeling and Optimization. *Proc. of 4th Intl. Conf. "Dynamics in Logistics" LDIC2014. Berlin*, 227-237. doi: 10.1007/978-3-319-23512-7
8. Gnedenko, B.V., & Kovalenko, I.N. (2005). *Introduction to Queuing Theory* [Vvedenie v teoriu massovogo obsluzhivaniia]. M.: Book. 397 p. [in Russian].

## ОЛІГОПОЛІЯ ТА ІНШІ РИНКИ НЕДОСКОНАЛОЇ КОНКУРЕНЦІЇ

UDC 519.865:338.518

DOI: 10.33082/td.2019.1-4.02

### COURNOT COMPETITION YIELDS SPATIAL DISPERSION

S.V. Melnikov

PhD, Associate Professor of the Department „Entrepreneurship & Tourism”,  
Odessa National Maritime University, Odessa, Ukraine,  
ORCID ID: 0000-0002-2627-9463, nfn333@ukr.net

#### **Abstract**

**Introduction.** A lot of works suggests that Cournot oligopolists competing in a spatial model, with a uniform distribution of consumers, agglomerate in the center of the market. In this paper revisited some results from [1]. In the paper [1] showed that Cournot-type oligopolists which discriminate over space will tend to agglomerate. The paper [2] considers the spatial model used by [2] to study firms' decisions on locations without restricting the consumers' reservation price. **Purpose.** This paper extend the analysis of the standard model of spatial discrimination with Cournot competition along the linear city for a high enough transport tariff. **Results.** It was obtained that for a high enough transport tariff the firms have a decision which lies on the boundary of the feasible locations region. We show that a change in the central agglomeration strategy to the dispersion strategy occurs at the point of transcritical bifurcation. The different effects come into play. Before bifurcation point the effect of minimizing transport costs is dominate. Firms choose the central agglomeration strategy to minimize a total distance of transportation. The growth of the transport tariff leads to a decrease in the total profit. In the bifurcation point begins to dominate the effect of market segmentation. Firms choose a dispersed strategy to monopolize adjacent markets. The growth of the transport tariff leads to an increase in total profits. The growth of total profit with growth of the transport tariff is due to the fact that when dispersion strategy, the firms supply more to adjoining markets and less to distant markets. In the case of multiple equilibria is shown that exactly the stable solution provides a large profit. The conditions for full coverage of the markets for both strategies are defined. **Conclusions.** In this paper we show that firms under Cournot competition will tend to dispersion. Thus, the article extends the analysis of the standard Hotelling spatial competition model. The results allow a deeper look at the causes of agglomeration and dispersion of firms. The analysis of equilibrium stability showed that the transport tariff is a bifurcation parameter for firms when choosing a spatial strategy.

**Key words:** linear city, Cournot competition, agglomeration, dispersion, transcritical bifurcation.

УДК 519.865:338.518

**КОНКУРЕНЦІЯ КУРНО ПРИЗВОДИТЬ  
ДО ПРОСТОРОВОЇ ДИФЕРЕНЦІАЦІЇ**

**С.В. Мельников**

к.е.н., доцент кафедри «Підприємництво і туризм»,  
Одеський національний морський університет, Одеса, Україна,  
ORCID ID: 0000-0002-2627-9463, nfn333@ukr.net

**Анотація**

**Вступ.** У багатьох роботах було отримано, що олігополісти Курно, конкуруючі в просторовій моделі з рівномірним розподілом споживачів, будуть агломеруватися в центрі ринку. У цій статті розвиваються деякі результати з [1, 2]. В роботі [1] показано, що олігополісти Курно, які здійснюють просторову дискримінацію, будуть прагнути до центральної агломерації. В роботі [2], на основі моделі з [1], аналізуються оптимальні просторові рішення фірм для більш високої ціни попиту. **Мета.** Дана стаття розширює аналіз стандартної моделі просторової дискримінації з конкуренцією Курно уздовж лінійного міста на випадок більш високого транспортного тарифу. **Результати.** Було отримано, що для досить високого транспортного тарифу у фірм існує рішення, яке лежить на границі області можливих місць розташування. Обґрунтовано, що зміна стратегії центральної агломерації на стратегію диференціації відбувається в точці транскритичної біфуркації. Показано, що у точці біфуркації взаємодіють різні ефекти. До точки біфуркації домінує ефект мінімізації транспортних витрат. Фірми вибирають стратегію центральної агломерації, щоб мінімізувати загальну відстань транспортування. Зростання транспортного тарифу призводить до зниження загального прибутку. У точці біфуркації починає домінувати ефект сегментації ринків. Фірми вибирають стратегію диференціації для монополізації прилеглих ринків. Подальше зростання транспортного тарифу призводить до збільшення загального прибутку. Зростання загального прибутку з ростом транспортного тарифу пов'язано з тим, що при стратегії диференціації фірми більше постачають на сусідні ринки, а менше – на віддалені. При існуванні декількох рівноваг показано, що саме стійке рівновага забезпечує більший прибуток. Також визначено умови повного охоплення ринків для обох стратегій. **Висновки.** У цій статті ми показуємо, що фірми в умовах конкуренції Курно будуть прагнути до диференціації. Таким чином, стаття розширює аналіз стандартної моделі просторової конкуренції Хотеллінга. Отримані результати дозволяють глибше поглянути на причини агломерації та диференціації фірм. Аналіз стійкості рівноваги показав, що транспортний тариф є біфуркаційним параметром для фірм при виборі просторової стратегії.

**Ключові слова:** лінійне місто, конкуренція Курно, агломерація, диференціація, транскритична біфуркація.

УДК 519.865:338.518

## КОНКУРЕНЦИЯ КУРНО ПРИВОДИТ К ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЦИИ

С.В. Мельников

к.э.н., доцент кафедры «Предпринимательство и туризм»,  
Одесский национальный морской университет, Одесса, Украина,  
ORCID ID: 0000-0002-2627-9463, nfn333@ukr.net

### **Аннотация**

**Введение.** Во многих работах было получено, что олигополисты Курно, конкурирующие в пространственной модели с равномерным распределением потребителей, будут агломерироваться в центре рынка. В этой статье развиваются некоторые результаты из [1, 2]. В работе [1] показано, что олигополисты Курно, осуществляющие пространственную дискриминацию, будут стремиться к центральной агломерации. В работе [2], на основе модели из [1], анализируются оптимальные пространственные решения фирм для более высокой цены спроса.

**Цель.** Данная статья расширяет анализ стандартной модели пространственной дискриминации с конкуренцией Курно вдоль линейного города на случай более высокого транспортного тарифа. **Результаты.** Было получено, что для достаточно высокого транспортного тарифа у фирм существует решение, которое лежит на границе области возможных местоположений. Обосновано, что изменение стратегии центральной агломерации на стратегию дифференциации происходит в точке транскритической бифуркации. Показано, что в точке бифуркации взаимодействуют различные эффекты. До точки бифуркации доминирует эффект минимизации транспортных расходов. Фирмы выбирают стратегию центральной агломерации, чтобы минимизировать общее расстояние транспортировки. Рост транспортного тарифа приводит к снижению общей прибыли. В точке бифуркации начинает преобладать эффект сегментации рынков. Фирмы выбирают стратегию дифференциации для монополизации близлежащих рынков. Дальнейший рост транспортного тарифа приводит к увеличению общей прибыли. Рост общей прибыли с ростом транспортного тарифа связан с тем, что при стратегии дифференциации фирмы больше поставляют на соседние рынки, а меньше – на отдаленные. В случае нескольких равновесий показано, что именно устойчивое решение обеспечивает большую прибыль. Также определены условия полного охвата рынков для обеих стратегий. **Выводы.** В этой статье мы показываем, что фирмы в условиях конкуренции Курно будут стремиться к дифференциации. Таким образом, статья расширяет анализ стандартной модели пространственной конкуренции Хотеллинга. Полученные результаты позволяют глубже взглянуть на причины агломерации и дифференциации фирм. Анализ устойчивости равновесия показал, что транспортный тариф является бифуркационным параметром для фирм при выборе пространственной стратегии.

**Ключевые слова:** линейный город, конкуренция Курно, агломерация, дифференциация, транскритическая бифуркация.

## Introduction and problem statement

In search of a solution to the Bertrand paradox, Hotelling proposed to take into account the factor of space under the price competition of firms. In Hotelling's linear city model [3], two firms compete on a segment with a unit demand at each point. Firms optimize their prices and location on the segment. Transportation delivery costs of goods are borne by consumers. Hotelling found that in an equilibrium state, firms would be minimally spatially differentiated, since they would be located in the center. This conclusion of the model analysis subsequently became a famous "principle of minimal differentiation".

In further research, the Hotelling model has developed in the following areas:

- an increase in the number of firms [4, 5];
- increase the dimension of space [6, 7];
- the complexity of the type of transport costs function [8, 9];
- generalization of the consumer's distribution density [10, 11, 12];
- consideration of the Cournot competition [1, 2, 13, 14, 15] and Stackelberg competition [16, 17, 18].

Anderson and Neven [1] restricted the analysis to  $t < b/2$ . Rivas [2] extend the analysis to  $t \leq b$  allowing for different market configurations. The paper identified market patterns where firms compete over the whole market as well as patterns where a firm behaves as a monopoly in a market segment.

Formulation of article goals. In this paper we are extending the analysis to  $t \leq 2 \cdot b$  and showing that firms have location decisions which provide a full markets cover.

## Description of the main research material

### 1. The linear city model

Two firms sell homogeneous goods on the unit segment, at each point of which is the consumer market  $x$ ,  $x \in [0, 1]$ . The distance of the firms from zero point is equal  $x_1$  and  $x_2$  accordingly, and  $x_1 \leq x_2$ . Each firm faces linear transportation costs of  $t$  to move one good unit per one unit of distance. Consumer arbitrage is assumed to be prohibitively costly.

The linear demand curve in the market  $x$  :

$$p(x) = b - q_1(x) - q_2(x),$$

where  $p(x)$  – the price in the market  $x$ ,  $q_1(x)$ ,  $q_2(x)$  – the quantities supplied of firms in the market  $x$ ,  $b$  – a minimum price, at which there is no demand (reservation price).

Let us assume that firms supply products to all markets (full coverage):  $q_1(x=1) \geq 0$ ,  $q_1(x < 1) > 0$ ,  $q_2(x=0) \geq 0$ ,  $q_2(x > 0) > 0$ . Thus, zero quantities supplied are possible only at the boundaries of a unit segment.

The profits of firms in the market  $x$  :

$$F_1(x) = q_1(x) \cdot (b - q_1(x) - q_2(x) - t \cdot |x - x_1|) \rightarrow \max_{x_1, q_1(x)},$$

$$F_2(x) = q_2(x) \cdot (b - q_1(x) - q_2(x) - t \cdot |x - x_2|) \rightarrow \max_{x_2, q_2(x)}.$$

The competitive game consists of two stages. In the first stage, the firms simultaneously select their locations. In the second stage, at the given location decisions, the firms simultaneously choose their supplied quantities. The equilibrium of the model is solved by backward induction.

## 2. The Cournot competition

According to the backward induction method we begin with the second stage. Let us assume that firms optimize supply volumes under Cournot competition. Solving the first-order conditions yields the reaction curves of the firms:

$$q_1(x) = \frac{b - q_2(x) - t \cdot |x - x_1|}{2}, \quad q_2(x) = \frac{b - q_1(x) - t \cdot |x - x_2|}{2}.$$

The equilibrium supply volumes of firms to the market  $x$ :

$$q_1^*(x) = \frac{b - 2 \cdot t \cdot |x - x_1| + t \cdot |x - x_2|}{3}, \quad (1)$$

$$q_2^*(x) = \frac{b - 2 \cdot t \cdot |x - x_2| + t \cdot |x - x_1|}{3}. \quad (2)$$

Let us define the feasible locations region of firms.

1. From previous studies [2, 11, 13, 15] we know that the equilibrium in this model is symmetrical about the center:

$$x_1^e + x_2^e = 1, \quad x_1^e \leq 1/2, \quad x_2^e \geq 1/2. \quad (3)$$

2. In the center of line segment the firms minimize a total distance of traffic, therefore full markets coverage is possible with a highest transport tariff. Substituting into (1) the values  $x_1 = 1/2$ ,  $x_2 = 1/2$ ,  $x = 1$  or into (2) the values  $x_1 = 1/2$ ,  $x_2 = 1/2$ ,  $x = 0$ , we find that at any locations of firms the coverage of all markets is possible only at  $t \leq 2 \cdot b$ .

3. From (1) it follows that for firm 1 the minimum volume of deliveries is reaching in the market  $x = 1$ . Therefore a condition of markets coverage for firm 1:

$$q_1^*(x=1) = 0 \Leftrightarrow b - 2 \cdot t \cdot (1 - x_1) + t \cdot (1 - x_2) = 0. \quad (4)$$

For firm 2 the minimum volume of deliveries is reaching in the market  $x = 0$ . Therefore a condition of markets coverage for firm 2:

$$q_2^*(x=0) = 0 \Leftrightarrow b - 2 \cdot t \cdot x_2 + t \cdot x_1 = 0. \quad (5)$$

Solving the system of equations (4)-(5) yields

$$x_1^{\text{cov}} = \frac{1}{2} - \frac{2 \cdot b - t}{6 \cdot t}, \quad (6)$$

$$x_2^{\text{cov}} = \frac{1}{2} + \frac{2 \cdot b - t}{6 \cdot t}. \quad (7)$$

Thus, the feasible locations region are (Fig.1):

$$\begin{aligned} 0 \leq x_1 \leq 1/2, & \text{ for } 0 < t \leq b/2, \\ x_1^{\text{cov}} \leq x_1 \leq 1/2, & \text{ for } b/2 < t \leq 2 \cdot b, \\ 1/2 \leq x_2 \leq 1, & \text{ for } 0 < t \leq b/2, \\ 1/2 \leq x_2 \leq x_2^{\text{cov}}, & \text{ for } b/2 < t \leq 2 \cdot b. \end{aligned} \quad (8)$$

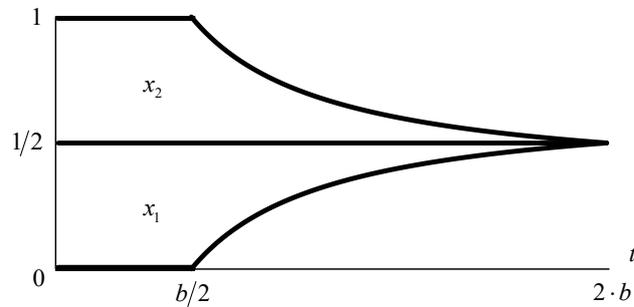


Figure 1. The feasible locations region. Source: Own elaboration

The equilibrium profits of firms in the market  $x$  :

$$F_1^*(x) = \frac{(b - 2 \cdot t \cdot |x - x_1| + t \cdot |x - x_2|)^2}{9} = (q_1^*(x))^2, \quad (9)$$

$$F_2^*(x) = \frac{(b - 2 \cdot t \cdot |x - x_2| + t \cdot |x - x_1|)^2}{9} = (q_2^*(x))^2.$$

In the first stage each firm selects a profit-maximizing location at a given location of the rival.

So, let us start with firm 1. The total profit of firm 1 in all markets:

$$\begin{aligned} F_1 &= \int_0^1 F_1^*(x) dx = \int_0^{x_1} F_1^*(x) dx + \int_{x_1}^{x_2} F_1^*(x) dx + \int_{x_2}^1 F_1^*(x) dx, \\ 9 \cdot F_1 &= \int_0^{x_1} (b + 2 \cdot t \cdot (x - x_1) - t \cdot (x - x_2))^2 dx + \\ &+ \int_{x_1}^{x_2} (b - 2 \cdot t \cdot (x - x_1) - t \cdot (x - x_2))^2 dx + \\ &+ \int_{x_2}^1 (b - 2 \cdot t \cdot (x - x_1) + t \cdot (x - x_2))^2 dx. \end{aligned} \quad (10)$$

After integrating and identical transformations (10), we obtain:

$$81 \cdot t \cdot F_1 = 4 \cdot (b - t \cdot (x_1 - x_2))^3 + 2 \cdot (b + 2 \cdot t \cdot (x_1 - x_2))^3 - \\ - 3 \cdot (b - t \cdot (2 \cdot x_1 - x_2))^3 - 3 \cdot (b + t \cdot (2 \cdot x_1 - x_2 - 1))^3.$$

The optimal location is defined by the necessary condition:

$$\frac{9}{4 \cdot t} \cdot \frac{\partial F_1}{\partial x_1} = t \cdot (x_1 - x_2)^2 + 2 \cdot b \cdot (x_1 - x_2) - (2 \cdot b - t) \cdot (2 \cdot x_1 - x_2 - 1/2) = 0. \quad (11)$$

The sufficient condition for the existence of profit maximum for the firm 1:

$$\frac{9}{8 \cdot t} \cdot \frac{\partial^2 F_1}{\partial x_1^2} = -t \cdot (x_2 - x_1) - (b - t) < 0.$$

The necessary condition for the existence of the equilibrium location for firm 1 is the nonnegativity of the discriminant of the square equation (11):

$$D_1 = 4 \cdot (b - t)^2 + 4 \cdot t \cdot (2 \cdot b - t) \cdot (x_2 - 1/2) \geq 0. \quad (12)$$

It is easy to make sure that  $D_1 > 0$  at  $x_2 \geq 1/2$ . Therefore, due to condition (3), in the equilibrium state the discriminant (12) is always nonnegative.

The roots of the square equation (11) are:

$$(x_1^*)_1 = x_2 + \frac{b-t}{t} - \frac{\sqrt{D_1}}{2 \cdot t}, \quad (x_1^*)_2 = x_2 + \frac{b-t}{t} + \frac{\sqrt{D_1}}{2 \cdot t}.$$

The root  $(x_1^*)_2$  does not satisfy the basic conditions of the model and therefore is not further analyzed. The total profit of firm 2 in all markets:

$$F_2 = \int_0^1 F_2^*(x) dx = \int_0^{x_1} F_2^*(x) dx + \int_{x_1}^{x_2} F_2^*(x) dx + \int_{x_2}^1 F_2^*(x) dx. \\ 9 \cdot F_2 = \int_0^{x_1} (b + 2 \cdot t \cdot (x - x_2) - t \cdot (x - x_1))^2 dx + \\ + \int_{x_1}^{x_2} (b + 2 \cdot t \cdot (x - x_2) + t \cdot (x - x_1))^2 dx + \\ + \int_{x_2}^1 (b - 2 \cdot t \cdot (x - x_2) + t \cdot (x - x_1))^2 dx. \quad (13)$$

After integrating and identical transformations (13), we obtain:

$$81 \cdot t \cdot F_2 = 4 \cdot (b + t \cdot (x_2 - x_1))^3 + 2 \cdot (b - 2 \cdot t \cdot (x_2 - x_1))^3 - \\ - 3 \cdot (b - t \cdot (2 \cdot x_2 - x_1))^3 - 3 \cdot (b + t \cdot (2 \cdot x_2 - x_1 - 1))^3.$$

The optimal location is defined by the necessary condition:

$$\frac{9}{4 \cdot t} \cdot \frac{\partial F_2}{\partial x_2} = 2 \cdot b \cdot (x_2 - x_1) - t \cdot (x_2 - x_1)^2 - (2 \cdot b - t) \cdot (2 \cdot x_2 - x_1 - 1/2) = 0. \quad (14)$$

The sufficient condition for the existence of profit maximum for the firm 2:

$$\frac{9}{8 \cdot t} \cdot \frac{\partial^2 F_2}{\partial x_2^2} = -t \cdot (x_2 - x_1) - (b - t) < 0.$$

The necessary condition for the existence of the equilibrium location for firm 2 is the nonnegativity of the discriminant of the square equation (14):

$$D_2 = 4 \cdot (b - t)^2 + 4 \cdot t \cdot (2 \cdot b - t) \cdot (1/2 - x_1) \geq 0. \quad (15)$$

It is easy to make sure that  $D_2 > 0$  at  $x_1 \leq 1/2$ . Therefore, due to condition (3), in the equilibrium state, the discriminant (15) is always nonnegative. The roots of the square equation (14) are:

$$(x_2^*)_1 = x_1 - \frac{b-t}{t} + \frac{\sqrt{D_2}}{2 \cdot t}, \quad (x_2^*)_2 = x_1 - \frac{b-t}{t} - \frac{\sqrt{D_2}}{2 \cdot t}.$$

The root  $(x_2^*)_2$  does not satisfy the basic conditions of the model and therefore is not further analyzed. Thus, we received the reaction curves of firms:

$$x_1 = x_2 + \frac{b-t}{t} - \frac{\sqrt{(b-t)^2 + t \cdot (2 \cdot b - t) \cdot (x_2 - 1/2)}}{t}, \quad (15)$$

$$x_2 = x_1 - \frac{b-t}{t} + \frac{\sqrt{(b-t)^2 + t \cdot (2 \cdot b - t) \cdot (1/2 - x_1)}}{t}. \quad (16)$$

Substituting (15) into (16), we are obtaining the symmetry condition (3). Using the symmetry condition (3), we find solutions of the system (15)-(16):

$$x_1^{agg} = x_2^{agg} = 1/2, \quad (17)$$

$$x_1^{dis} = 1/2 - \frac{3 \cdot t - 2 \cdot b}{4 \cdot t}, \quad (18)$$

$$x_2^{dis} = 1/2 + \frac{3 \cdot t - 2 \cdot b}{4 \cdot t}. \quad (19)$$

So, we have obtained two equilibrium location strategies for firms: central agglomeration and symmetric dispersion. For  $t = 2 \cdot b/3$ , the solutions (17) and (18)-(19) coincide. From the location condition,  $x_1 \leq x_2$ , it follows that firms can apply the dispersion strategy only when  $t \geq 2 \cdot b/3$ .

### 3. The analysis of the stability of equilibrium

Let us analyze a stability of the solutions (17)-(19). For this we consider a two-dimensional map:

$$\begin{aligned} x_1(n+1) &= x_2(n) + \frac{b-t}{t} - \frac{\sqrt{(b-t)^2 + t \cdot (2 \cdot b - t) \cdot (x_2(n) - 1/2)}}{t}, \\ x_2(n+1) &= x_1(n) - \frac{b-t}{t} + \frac{\sqrt{(b-t)^2 + t \cdot (2 \cdot b - t) \cdot (1/2 - x_1(n))}}{t}, \end{aligned} \quad (20)$$

where  $n$  is a time moment,  $n = 0, 1, 2, \dots$ ,  $x_1(0) = 0$ ,  $x_2(0) = 1$ .

The nature of the stability of fixed points is determined by their multipliers. The multipliers are eigenvalues of the Jacobian matrix in a fixed point, and their number is equal to the dimension of map.

The Jacobian matrix of the map (20) in the fixed point (17):

$$J = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{t}{2 \cdot (b-t)} \\ -\frac{t}{2 \cdot (b-t)} & 0 \end{pmatrix}. \quad (21)$$

From (21) we obtain two real multipliers:

$$\mu_{1,2} = \pm \frac{t}{2 \cdot (b-t)}. \quad (22)$$

For  $|\mu_{1,2}| < 1$  the fixed point is stable, for  $|\mu_{1,2}| > 1$  the fixed point is unstable, for  $|\mu_{1,2}| = 1$  the bifurcation occurs. From (22) it follows that the fixed point (17) is stable when  $t < 2 \cdot b/3$  and is unstable when  $t > 2 \cdot b/3$ . The loss of stability occurs at the bifurcation point:  $t = 2 \cdot b/3$ .

The Jacobian matrix of the map (20) in a fixed point (18)-(19):

$$J = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{2 \cdot (b-t)}{t} \\ -\frac{2 \cdot (b-t)}{t} & 0 \end{pmatrix}. \quad (23)$$

From (23) we obtain two real multipliers:

$$\mu_{1,2} = \pm \frac{2 \cdot (b-t)}{t}. \quad (24)$$

From (24) it follows that the fixed point (18)-(19) is unstable when  $t < 2 \cdot b/3$  and is stable when  $t > 2 \cdot b/3$ . The acquisition of stability occurs at the bifurcation point:  $t = 2 \cdot b/3$ .

So we can summarize results in

**Proposition 1.** At the value of the transport tariff  $t = 2 \cdot b/3$  occurs a transcritical bifurcation, in which the spatial strategies exchange of stabilities.

The transcritical bifurcation diagram for  $b = 1$  depicted in Fig. 2. The dynamics of the total profit of firm 1 at crossing of the bifurcation point for  $b = 1$  depicted in Figure 3.

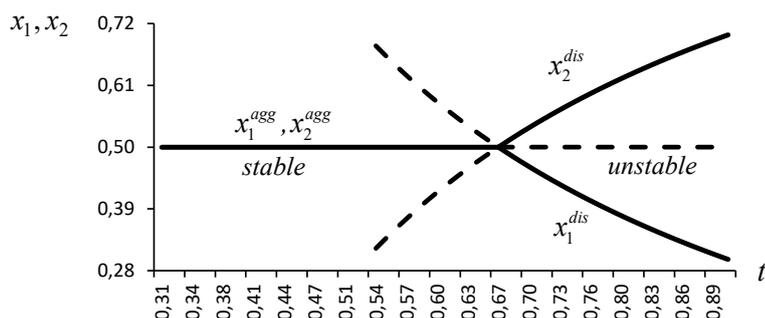


Figure 2. Transcritical bifurcation diagram of map (20). Source: Own elaboration

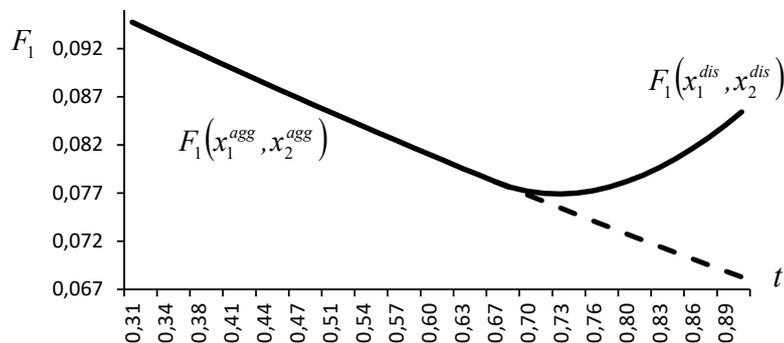


Figure 3. Dynamics of the total profit of firm 1. Source: Own elaboration

In Fig. 3 we see that in the case of multiple equilibria (18)-(20), exactly the stable solution provides a large profit (Fig. 3). The Fig. 3 illustrates the effects that affect spatial strategies of firms. Before bifurcation point the effect of minimizing transport costs is dominant [14]. Firms choose the central agglomeration strategy to minimize a total distance of transportation. The growth of the transport tariff leads to a decrease in the total profit. In the bifurcation point begins to dominate the effect of market segmentation. Firms choose a dispersed strategy to monopolize adjacent markets. The growth of the transport tariff leads to an increase in total profits. The growth of total profit with growth of the transport tariff is due to the fact that when dispersion strategy, the firms supply more to adjoining markets and less to distant markets.

Note that the equilibrium profits of firms (4) are squares of supply volumes and, thus, “ignore” their negative values. For this reason, dispersion strategies (18)-(19) do

not take into account restrictions on full market coverage (4)-(5). Solving the systems of equations (4) and (18), (5) and (19), we find that dispersion strategies (18)-(19) are defined only for  $t \leq 10 \cdot b/11$ .

A value of  $t^{cov} = 10 \cdot b/11$  was first obtained in [2]. At the point  $t^{cov} = 10 \cdot b/11$ , the potential for further differentiation of firms is exhausted. For  $10 \cdot b/11 < t \leq 2 \cdot b$  several solutions are possible. Rivas [2] considered a case when each firm monopolizes a segment on the boundaries of the market and competes with the rival firm in the rest choosing separated locations. Firms symmetrically refuse to cover all markets and this seems like an implicit collusion. In the future such pattern may leads to separation of the unit interval on the two monopoly segments. Subject to continued coverage of all markets in [2] proposed a central agglomeration. However, there is a better solution presented in

**Proposition 2.** For  $10 \cdot b/11 < t \leq 2 \cdot b$  the equilibrium spatial strategies lie on the boundary of the feasible locations region.

To provide full markets cover when  $10 \cdot b/11 < t \leq 2 \cdot b$ , firms optimize location based on condition (8), i.e. seek the conditional profit maximum.

The equilibrium spatial strategies and total profits of firms for  $0 < t \leq 2 \cdot b$  and  $b = 1$  depicted in Fig.4 and Fig.5. In the Fig.5 we see that for  $10 \cdot b/11 < t \leq 2 \cdot b$  the central agglomeration is a worst decision.

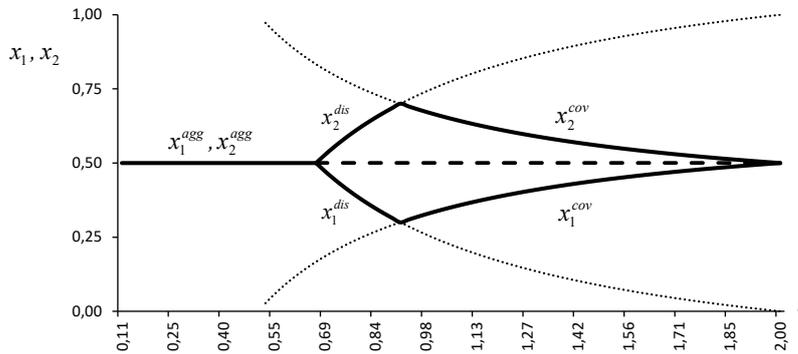


Figure 4. Equilibrium spatial strategies of firms. Source: Own elaboration

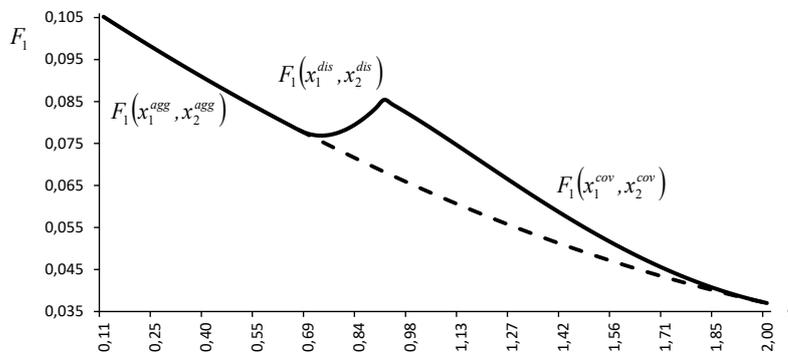


Figure 5. Total profit. Source: Own elaboration

### Conclusions

We generalize Rivas [2], Anderson and Neven's analysis [1] by considering a broader interval of the transport tariff. The solution says that when  $0 < t \leq 10 \cdot b/11$  we still replicate the previous results. For  $0 < t \leq 2 \cdot b/3$ , firms locate at the center, for  $2 \cdot b/3 < t \leq 10 \cdot b/11$  there are a multiple equilibria: a dispersed equilibrium together with the agglomerated one obtained before. Subject to continued coverage of all markets for  $10 \cdot b/11 < t \leq 2 \cdot b$  the equilibrium spatial strategies lie on the boundary of the feasible locations region. In the process of the analysis of equilibrium stability, it is proved that the transport tariff is a bifurcation parameter for firms. It has shown that a change in the central agglomeration strategy to the dispersion strategy occurs at the point of transcritical bifurcation. The different effects come into play. Before bifurcation point the effect of minimizing transport costs is dominate. Firms choose the central agglomeration strategy to minimize a total distance of transportation. The growth of the transport tariff leads to a decrease in the total profit. In the bifurcation point begins to dominate the effect of market segmentation. Firms choose a dispersed strategy to monopolize adjacent markets. The growth of the transport tariff leads to an increase in total profits. The growth of total profit with growth of the transport tariff is due to the fact that when dispersion strategy, the firms supply more to adjoining markets and less to distant markets.

The purpose of further research is to analyze the competitive interaction of firms in the Hotelling's linear city model under the conditions of other equilibrium types.

### LITERATURE

1. Anderson S.P., Neven D.J. Cournot competition yields spatial agglomeration. *International Economic Review*. 1991. № 32. pp. 793–808.
2. Chamorro-Rivas J. M. Spatial Dispersion in Cournot Competition. *Spanish Economic Review*. 2000. № 2. pp. 145–152.
3. Hotelling H. Stability in Competition. *The Economic Journal*. 1929. № 39(153). pp. 41–57.
4. Brenner S. Hotelling Games with Three, Four, and More Players. *Journal of Regional Science*. 2005. № 45(4). pp. 851–864. doi: 10.1111/j.0022-4146.2005.00395.x
5. Patri S., Sacco A. Sequential Entry in Hotelling Model with Location Costs: A Three-Firm Case. *Spatial Interaction Models: Facility Location Using Game Theory*. 2017. pp. 261–272. doi: 10.1007/978-3-319-52654-6\_12
6. Irmen A., Thisse J.-F. Competition in Multi-Characteristics Spaces: Hotelling Was Almost Right. *Journal of Economic Theory*. 1998. № 78(1). pp. 76–102.
7. Mazalov V., Sakaguchi M. Location Game on the Plane. *International Game Theory Review*. 2003. № 5(1). pp. 13–25. doi: 10.1142/S0219198903000854
8. D'Aspremont C., Gabszewicz J. J., Thisse J.-F. On Hotelling's «Stability in Competition». *Econometrica*. 1979, № 47(5). pp. 1145–1150.

9. Economides N. Minimal and Maximal Product Differentiation in Hotelling's Duopoly. *Economics Letters*. 1986. № 21. pp. 67–71.
10. Neven D. J. On Hotelling's competition with non-uniform consumer distribution. *Economics Letters*. 1986. № 21. pp. 121–126.
11. Gupta B., Pal D., Sarkar J. Spatial Cournot competition and agglomeration in a model of location choice. *Regional Science and Urban Economics*. 1997. № 27(3). pp. 261–82.
12. Tabuchi T., Thisse J.-F. Asymmetric Equilibria in Spatial Competition. *International Journal of Industrial Organization*. 1995. № 13. pp. 213–227.
13. Hamilton J. H., Klein J. F., Sheshinski E., Slutsky S. M. Quantity competition in a spatial model. *Canadian Journal of Economics*. 1994, № 27. pp. 903–917.
14. Scrimatore M. Spatial discrimination, product substitutability and welfare. *Bulletin of Economic Research*. 2011. № 63. pp. 231–244. doi: 10.1111/j.1467-8586.2010.00351.x
15. Hamilton J. H., Thisse J.-F., Weskamp A. Spatial discrimination, Bertrand vs. Cournot in a model of location choice. *Regional Science and Urban Economics*. 1989. № 19, pp. 87–102.
16. Anderson S.P. Spatial competition and price leadership. *International Journal of Industrial Organization*. 1987. № 5. pp. 369–398.
17. Торбенко А. Модель линейного города с экзогенной конкуренцией по Штакельбергу. *Математическая теория игр и ее приложения*. 2013. № 5(2). С. 64–81.
18. Мельников С.В. Равновесие Штакельберга-Нэша в модели линейного города. *Математическая теория игр и ее приложения*. 2018. № 10(2). С. 27–39.

#### REFERENCES

1. Anderson, S.P. & Neven, D.J. (1991). Cournot competition yields spatial agglomeration. *International Economic Review*, 32, 793–808.
2. Chamorro-Rivas J. M. (2000). Spatial Dispersion in Cournot Competition. *Spanish Economic Review*, 2, 145–152.
3. Hotelling, H. (1929). Stability in Competition. *The Economic Journal*, 39(153), 41–57.
4. Brenner, S. (2005). Hotelling Games with Three, Four, and More Players. *Journal of Regional Science*, 45(4), 851–864. doi: 10.1111/j.0022-4146.2005.00395.x
5. Patri, S. & Sacco A. (2017). Sequential Entry in Hotelling Model with Location Costs: A Three-Firm Case. *Spatial Interaction Models: Facility Location Using Game Theory*, 261–272. doi: 10.1007/978-3-319-52654-6\_12
6. Irmen, A. & Thisse J.-F. (1998). Competition in Multi-Characteristics Spaces: Hotelling Was Almost Right. *Journal of Economic Theory*, 78(1), 76–102.
7. Mazalov, V. & Sakaguchi M. (2003). Location Game on the Plane. *International Game Theory Review*, 5(1), 13–25. doi: 10.1142/S0219198903000854

8. D'Aspremont, C., Gabszewicz, J. J. & Thisse J.-F. (1979). On Hotelling's «Stability in Competition». *Econometrica*, 47(5), 1145–1150.
9. Economides, N. (1986). Minimal and Maximal Product Differentiation in Hotelling's Duopoly. *Economics Letters*, 21, 67–71.
10. Neven, D. J. (1986). On Hotelling's competition with non-uniform consumer distribution. *Economics Letters*, 21, 121–126.
11. Gupta, B., Pal, D. & Sarkar J. (1997). Spatial Cournot competition and agglomeration in a model of location choice. *Regional Science and Urban Economics*, 27(3), 261–82.
12. Tabuchi, T. & Thisse J.-F. (1995). Asymmetric Equilibria in Spatial Competition. *International Journal of Industrial Organization*, 13, 213–227.
13. Hamilton J. H., Klein, J. F., Sheshinski, E. & Slutsky S. M. (1994). Quantity competition in a spatial model. *Canadian Journal of Economics*, 27, 903–917.
14. Scrimitore, M. (2011). Spatial discrimination, product substitutability and welfare. *Bulletin of Economic Research*, 63, 231–244. doi: 10.1111/j.1467-8586.2010.00351.x
15. Hamilton, J. H., Thisse, J.-F. & Weskamp A. (1989). Spatial discrimination, Bertrand vs. Cournot in a model of location choice. *Regional Science and Urban Economics*, 19, 87–102.
16. Anderson, S.P. (1987). Spatial competition and price leadership. *International Journal of Industrial Organization*, 5, 369–398.
17. Torbenko, A. (2013). The Linear City Model with Exogenous Stackelberg Competition [Model lineinogo goroda s ekzogennoi konkurentciei po Shtakelbergu]. *Mat. Teor. Igr Pril.*, 5(2), 64–81 [in Russian].
18. Melnikov, S. (2018). Stackelberg-Nash Equilibrium in the Linear City Model [Ravnovesie Shtakelberga-Nesha v modeli lineinogo goroda]. *Mat. Teor. Igr Pril.*, 10(2), 27–39 [in Russian].

Наукове видання

## РОЗВИТОК ТРАНСПОРТУ

Науковий журнал

Випуск 1(4)

Засновник – Одеський національний морський університет

*Українською, російською  
та англійськими мовами*

Видається з жовтня 2017 р.

Формат 70x108/16. Гарнітура Times New Roman.  
Папір офсет. Цифровий друк. Ум.-друк. арк. 6,3.  
Замов. № 0420/116. Наклад 200 прим.

---

Видавництво і друкарня – Видавничий дім «Гельветика»  
73021, м. Херсон, вул. Паровозна, 46-а  
Телефон +38 (0552) 39 95 80  
+38 (095) 934 48 28, +38 (097) 723 06 08  
E-mail: [mailbox@helvetica.com.ua](mailto:mailbox@helvetica.com.ua)  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи  
ДК № 6424 від 04.10.2018 р.

Scientific publication

# TRANSPORT DEVELOPMENT

**Scientific journal**

**Issue 1(4)**

Founded by Odessa National Maritime University

*In Ukrainian, Russian and English*

Since October 2017

Format 70×108/16. Times New Roman Font.  
Offset. Digital printing. Conventional printed sheet 6,3.  
Order No 0420/116. Edition of 200 copies.

---

Publishing House “Helvetica”  
73021, Kherson, 46-a, Parovozna St.  
Phone +38 (0552) 39-95-80  
+38 (095) 934 48 28, +38 (097) 723 06 08  
E-mail: mailbox@helvetica.com.ua  
Certificate of publishing entity  
ДК № 6424 as of 04.10.2018  
ДК № 6424 від 04.10.2018 р.