МОРСЬКИЙ ТА ВНУТРІШНІЙ ВОДНИЙ ТРАНСПОРТ

УДК 621.436:629.128.6

DOI https://doi.org/10.33082/td.2024.3-22.04

АНАЛІТИЧНИЙ МЕТОД ВИЗНАЧЕННЯ ВЕРХНЬОЇ МЕРТВОЇ ТОЧКИ ПОРШНЯ ДЛЯ СИСТЕМИ ПАРАМЕТРИЧНОЇ ДІАГНОСТИКИ СУДНОВИХ ДИЗЕЛІВ

Р.А. Варбанець¹, Д.С. Мінчев², В.І. Залож³

¹д.т.н., професор, завідувач кафедри «Суднові енергетичні установки та технічна експлуатація», *Одеський національний морський університет, Одеса, Україна, ORCID ID: 0000-0001-6730-0380* ²д.т.н., доцент, професор кафедри «Суднові енергетичні установки та технічна експлуатація», *Одеський національний морський університет, Одеса, Україна, ORCID ID: 0000-0002-5960-3063* ³к.т.н., доцент, доцент кафедри інженерних дисциплін, *Дунайський інститут Національного університету «Одеська морська академія», Iзмаїл, Україна, ORCID ID: 0000-0002-5213-6896*

Анотація

Вступ. Запропоновано новий підхід до розробки портативної системи параметричної діагностики морських двигунів, що праиює в режимі реального часу. Система базується на використанні сучасних Android/iOS гаджетів, які отримують інформацію від датчиків через Bluetooth, а потім виконують необхідні розрахунки та відображають діаграми і дані в реальному часі. У системі, що розробляється, використовується комбінація датчика тиску газів у робочому циліндрі та віброакустичного датчика, що розширює можливості діагностики морських дизелів в умовах експлуатації. Таке рішення дозволяє діагностувати систему впорскування палива, механізм керування клапанами газорозподілу, а також деякі інші системи двигуна. Для розробки портативної системи діагностики морських дизелів насамперед необхідно розв 'язати задачу аналітичного визначення верхньої мертвої точки (ВМТ), оскільки така система не передбачає використання для цього спеціальних датчиків. Мета роботи – розробка стійкого до шумів аналітичного методу визначення положення ВМТ та синхронізації даних, здатного працювати з неточними вихідними даними при тестуванні морських дизелів під час експлуатації. Результати. Пропонується алгоритм визначення ВМТ, який базується на аналізі оригінальної діаграми тиску, а не її похідної, що мінімізує вплив цифрових та аналогових шумів. Запропонований алгоритм визначення ВМТ та подальшої синхронізації даних працює за відсутності інформації про фактичний ступінь

© Варбанець Р.А., Мінчев Д.С., Залож В.І., 2024

стиснення в циліндрі, що характерно для сучасних двигунів зі змінними фазами газорозподілу. Також алгоритм функціонує за умови наявності приблизних даних про тиск наддувного повітря, який уточнюється в процесі ітерацій. Крім того, запропоновано формулу для визначення початкового положення ВМТ. **Висновки.** Методи обробки даних, що пропонуються у статті, дозволять отримувати точну оцінку індикаторної потужності завдяки точному визначенню ВМТ, а також здійснювати оптимальне налаштування систем двигуна та контролювати результат під час експлуатації. Запропонований підхід до діагностики морських двигунів у режимі реального часу має ряд переваг порівняно з традиційними методами. Він забезпечує більш точний аналіз робочого процесу, підвищує ефективність контролю за якістю згоряння палива та дозволяє мінімізувати викиди шкідливих речовин. Це сприяє виконанню вимог ІМО та відкриває нові можливості для оптимізації роботи морських двигунів, підвищення їхніх експлуатаційних характеристик та зниження негативного впливу на навколишнє середовище.

Ключові слова: судновий дизельний двигун, параметрична діагностика, моніторинг робочого процесу, верхня мертва точка, індикаторна потужність, системи діагностики реального часу, портативні пристрої.

ANALYTICAL METHOD FOR PISTON TOP DEAD CENTER DETERMINATION IN A PARAMETRIC DIAGNOSTIC SYSTEM FOR MARINE DIESEL ENGINES

 R.A. Varbanets¹, D.S. Minchev², V.I. Zalozh³
 ¹Doctor of Technical Sciences, Full Professor, Head of the Department «Marine Power Plants and Technical Maintenance», Odesa National Maritime University, Odesa, Ukraine, ORCID ID: 0000-0001-6730-0380
 ²Doctor of Technical Sciences, Associated Professor, Professor at the Department «Marine Power Plants and Technical Maintenance», Odesa National Maritime University, Odesa, Ukraine, ORCID ID: 0000-0002-5960-3063
 ³PhD, Associated Professor at the Department «Engineering Sciences», Danube Institute of National University "Odessa Maritime Academy", Izmail, Ukraine, ORCID ID: 0000-0002-5213-6896

Summary

Introduction. A novel approach to developing a portable real-time parametric diagnostic system for marine engines is proposed. The system leverages modern Android/iOS devices, which receive data from sensors via Bluetooth, perform necessary calculations, and display diagrams and data in real-time. The system under development employs a combination of a gas pressure sensor in the working cylinder and a vibroacoustic sensor, expanding the diagnostic capabilities of marine diesel engines during operation. This solution enables the diagnosis of the fuel injection system, valve timing mechanism, and other engine systems.

The objective of this work is to develop a noise-resistant analytical method for determining the Top Dead Center (TDC) position and data synchronization, capable of operating with imprecise input data when testing marine diesel engines during operation. To achieve this, it is crucial to solve the problem of analytical TDC determination, as

the system does not use specialized sensors for this purpose. **Results**. An algorithm for TDC determination is proposed, based on the analysis of the original pressure diagram rather than its derivative, minimizing the impact of digital and analog noise. The proposed algorithm for TDC determination and subsequent data synchronization operates without information about the actual compression ratio in the cylinder, which is characteristic of modern engines with variable valve timing. The algorithm also functions with approximate data on charge air pressure, which is refined through iterations. Additionally, a formula for determining the initial TDC position is proposed.

Conclusions. The data processing methods presented in this article allow for accurate estimation of indicated power through precise TDC determination, as well as optimal adjustment of engine systems and result monitoring during operation. The proposed approach to real-time marine engine diagnostics offers several advantages over traditional methods. It provides more accurate analysis of the working process, improves control over fuel combustion quality, and helps minimize harmful emissions. This contributes to meeting IMO requirements and opens new possibilities for optimizing marine engine operation, improving their performance characteristics, and reducing negative environmental impact.

Key words: marine diesel engine, parametric diagnostics, working process monitoring, top dead center, indicated power, real-time diagnostic systems, portable devices.

Вступ. Міжнародна морська організація (*IMO*) запровадила жорсткі обмеження щодо викидів токсичних сполук в атмосферу під час роботи морських двигунів, ставлячи амбітну мету декарбонізації морського сектору [1]. Ці вимоги спонукали до широкомасштабного впровадження інноваційних рішень у морській галузі. Зокрема, значного поширення набуло використання низькосірчистих та альтернативних видів палива [2], а також реалізація комплексу заходів, спрямованих на суттєве підвищення енергоефективності суднових енергетичних установок.

У контексті цих глобальних змін особливої актуальності набуває завдання підвищення ефективності моніторингу та діагностики робочого процесу морських двигунів. Це завдання є ключовим для забезпечення ефективного контролю за якістю згоряння палива в циліндрах та мінімізації викидів шкідливих речовин під час експлуатації суден. Такий підхід не лише сприяє виконанню вимог *IMO*, але й відкриває нові можливості для оптимізації роботи морських двигунів, підвищення їхніх експлуатаційних характеристик та зниження негативного впливу на навколишнє середовище [3].

Постановка проблеми. Перед авторами постало завдання створення системи діагностики морських дизелів, що функціонує в режимі реального часу. Це потребувало розробки інноваційних алгоритмів для синхронізації та обробки даних.

Ключовою вимогою стала розробка нового методу визначення верхньої мертвої точки (ВМТ), який би відзначався стійкістю до шумів у вихідних даних. Ця проблема особливо гостро постає при аналізі похідних сигналу тиску, отриманих чисельними методами. Таким чином, виникла необхідність у розробці методу визначення ВМТ, який би не залежав від похідної сигналу тиску, що є особливо актуальним для підвищення точності та надійності діагностики. Розроблений метод повинен ефективно функціонувати в умовах обмеженої або неточної інформації про тиск наддувного повітря. Ця проблема часто виникає під час експлуатації двигунів, оскільки абсолютні значення тиску наддуву зазвичай невеликі. Внаслідок цього навіть незначні похибки вимірювання можуть призвести до суттєвих відхилень у розрахунках. Тому новий метод має бути стійким до таких неточностей та забезпечувати достовірні результати навіть при неповних вхідних даних.

Розроблюваний метод повинен забезпечувати точні результати в умовах змінного фактичного ступеня стиснення в циліндрі. Ця особливість притаманна сучасним двигунам зі змінними фазами газорозподілу, що дозволяє оптимізувати робочий процес залежно від режиму роботи. Крім того, актуальним завданням дослідження є створення алгоритму, здатного швидко та з високою точністю визначати початкове положення ВМТ на основі аналізу часових діаграм тиску. Цей алгоритм має забезпечувати мінімальну початкову похибку, що критично важливо для подальших розрахунків та діагностики двигуна в реальному часі.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Розв'язання задачі визначення ВМТ наведено в роботах багатьох авторів [4; 6-11]. Усі автори наводять дані про значний вплив похибки ВМТ на розрахункові параметри двигуна. У роботі [6] професор Stanisław Polanowski оцінює вплив похибки $\pm 0,3$ °ПКВ у визначенні положення ВМТ на розрахункову величину ступеня стиснення в циліндрі в межах ± 10 %.

У статті [7] Рег Типеstal пропонує метод визначення ВМТ на основі термодинамічної моделі газу всередині камери згоряння і наводить дані про вплив похибки ВМТ у діапазоні до 10% / °ПКВ на середній індикаторний тиск *IMEP* та на характеристику тепловиділення в циліндрі. У цій роботі показано, що похибка ВМТ не повинна перевищувати 0,1 °ПКВ.

Emiliano Pipitone та Alberto Beccari в роботі [8] використовували спеціальний ємнісний датчик для оцінки точності визначення ВМТ. Вони показали, що похибка в 1 °ПКВ ВМТ може призвести до похибки розрахунку середнього індикаторного тиску *IMEP* до 10% та похибки до 25% у розрахунку характеристики тепловиділення. У роботі [8] показано, що положення колінчастого вала (а отже, і об'єм всередині циліндра) має бути відомим з точністю до 0,1 °ПКВ, що є непростим завданням.

Термодинамічні методи визначення ВМТ обговорювалися в роботах Marek J. Staś [9], М. Tazerout, O. Le Corre, S. Rousseau [10], Р. Варбанця [11]. Усі автори вказують на важливість точного визначення ВМТ (0,1 .. 0,3 °ПКВ) та значний вплив похибки ВМТ на розрахунок потужності: 6...10 % / °ПКВ.

Мета роботи – розробка стійкого до шумів аналітичного методу визначення положення ВМТ та синхронізації даних, здатного працювати з неточними вихідними даними при тестуванні морських дизелів під час експлуатації.

Концепція системи діагностування реального часу із застосуванням сучасних та перспективних технологій. Застосування алгоритмів та методів розрахунку ВМТ, запропонованих у цій статті, допоможуть, на думку авторів, у реальному часі вирішити проблему визначення ВМТ та подальшого визначення параметрів робочого процесу. Методи передбачають аналіз кількох послідовних циклів двигуна, тому виведення розрахункових параметрів та діаграм відбувається з деякою затримкою – у псевдорежимі реального часу. Такий режим надалі називатиметься «режимом реального часу», і таке припущення можна вважати прийнятним для завдань діагностики морських двигунів під час експлуатації.

Відкладена діагностика або діагностика не в реальному часі передбачає спочатку запис даних на двигуні під час його експлуатації, а потім передачу даних та їх подальший розрахунок і аналіз під *Windows, iOS* або *Android*. Така методика діагностики двигунів звільняє від необхідності проводити обробку та аналіз даних безпосередньо під час експлуатації, поруч із працюючим двигуном.

Загалом, у разі діагностики морських дизелів необхідно записувати дані послідовно з усіх циліндрів, намагаючись робити це при однаковому навантаженні та однакових зовнішніх умовах. Усі перераховані вище системи визначають в кінцевому підсумку індикаторну потужність *IPOWER* усього двигуна як суму індикаторних потужностей окремих циліндрів, маючи на увазі, що циліндри були проіндиційовані в однакових умовах експлуатації. При цьому відомо, що навантаження на морі постійно змінюється у зв'язку з хвилюванням та вітром, а також автоматичним включенням споживачів на борту судна, які відповідають за безпеку мореплавства.

Однак завдання діагностики морських двигунів не обмежується лише визначенням середнього індикаторного тиску *MIP*, індикаторної потужності *IPOWER*, максимального тиску згоряння P_{max} тощо. Значно важливішим завданням діагностики є визначення дефектів циліндро-поршневої групи, паливної апаратури високого тиску, механізму газорозподілу, системи циліндрового мащення, газотурбонагнітача та інших вузлів двигунів [12].

Запропонована в цій статті концепція діагностики суднових дизелів з використанням датчика тиску газів у циліндрі, додаткового датчика вібрації та бездротової передачі даних здійснює діагностику робочого циклу в реальному часі, рис. 1.



Рис. 1. Система діагностики морських дизельних двигунів реального часу з використанням вібродатчика та бездротової передачі даних

Датчик температури на рис. 1 розглядається як опціональний. Він може бути включений до складу системи діагностування в реальному часі для визначення температур у контрольних точках двигуна.

Розрахунок і відображення індикаторних діаграм та параметрів робочого процесу здійснюється на смартфоні або планшеті з *Android* чи *iOS*, продуктивність яких нині дозволяє виконувати досить складні розрахунки, включаючи *FFT*фільтрацію даних, розрахунок середнього індикаторного тиску та фазовий аналіз вібродіаграм [13].

Якість відображення графіки у сучасних гаджетах дуже висока – значно вища, ніж на спеціалізованих вбудованих екранах наявних на ринку систем діагностування, що функціонують у режимі відкладеного аналізу.

Використання *Bluetooth* передачі даних також має вирішити багато проблем, пов'язаних із незручністю дротової передачі даних під час індиціювання двигуна. Поява на ринку контролерів із вбудованими модулями *ADC* та бездротової передачі даних дає можливість спроєктувати систему діагностики морських двигунів, яка здатна вимірювати та аналізувати дані двигунів з кроком дискретизації 0,1° ПКВ (для чотиритактних дизелів) та 0,05° ПКВ (для малообертових двотактних дизелів). Система реального часу призначена для діагностування широкого класу морських двигунів, а також двигунів тепловозів та берегових станцій [14].

Вказані величини кроку дискретизації прийняті наразі більшістю сучасних систем діагностування [15]. Такий крок дискретизації дає можливість більш точної фазової оцінки індикаторних параметрів і, що важливо, оцінки коефіцієнта детонації при згорянні палива в циліндрах шляхом *FFT*-аналізу даних тиску газів *P*(*deg*).

Висока продуктивність сучасних мікропроцесорів, висока частота *ADC* (до 500 ksps і вище), вбудований модуль бездротової передачі даних та низьке сумарне споживання дає можливість спроєктувати універсальну систему діагностики морських дизелів з автономним живленням, що працює в режимі реального часу, рис. 1.

Ключова перевага запропонованої системи індиціювання та діагностики морських двигунів порівняно з існуючими на ринку аналогами полягає у можливості здійснювати налаштування двигуна в режимі реального часу безпосередньо під час його експлуатації. У реальному часі можливий контроль навантаження циліндрів *IPOWER*, контроль середнього індикаторного тиску *MIP*, основних точок тиску *P_{max}*, *P_{comp}*, *P_{ign}*, а також оцінка нестабільності подачі палива та процесу згоряння палива в робочих циліндрах.

Апаратна частина системи складається з датчика тиску, вібродатчика та опціонального датчика температури, рис. 1. Підсилювачі сигналів датчиків і мікроконтролер розташовані в невеликому боксі, там же знаходяться літієві джерела живлення та контролер заряду. Розрахункова та графічна частини виконані на сучасному смартфоні або планшеті.

Таким чином вирішується важливе завдання експлуатації — зробити контроль робочого процесу морських двигунів доступним широкому колу морських інженерів. Фактично інженер отримує лише необхідний набір датчиків та один вимірювальний блок. Усі розрахунки та відображення діаграм виконує персональний

гаджет, зв'язок з яким здійснюється через *Bluetooth*. Таке рішення мінімізує обсяг апаратної частини та потенційну вартість системи діагностування.

Таблиця 1

режим швидкого с	сканування в реальному часі
RPM	Оберти двигуна за хвилину, хв ⁻¹
$P_{max}(P_z)$	Максимальний тиск згоряння та відповідний кут колінчастого валу, Ваг/ °СА
COV_{P_i}	Коефіцієнт варіації тиску, %
COVp _{max}	Коефіцієнт варіації максимального тиску згоряння, %
CII	Індекс нерегулярності циклів (тиск), %
$\Delta \phi_{adv}$	Варіація фаз впорскування палива, °СА
$\Delta \phi_{inj}$	Варіація тривалості впорскування палива в циліндр, °СА
$\Delta \phi_{valve}$.	Варіація кутів закриття клапанів, °СА
режим аналізу	
$P_{max}(P_z)$ corrected	Максимальний тиск згоряння при відповідному куті повороту колінчастого валу, Ваг/ °СА
$P_{comp}(P)$	Тиск кінця стиснення, Bar
IMÉP (MIP)	Середній індикаторний тиск, Bar
IPOWER (N.)	Індикаторна потужність циліндра, kW
$P_{ignition} (P_{ign})$	Тиск початку згоряння та відповідний кут колінчастого валу, Bar/ °CA
$P_{exp}(P_{36})$	Тиск при 36° КВ після ВМТ, bar
Fuel Injection timing	Реальні та геометричні фази впорскування палива, °СА
Valves timing	Фази газорозподілу впускних і випускних клапанів, °СА
Fuel ignition delay	Час від початку впорскування до початку згоряння, °CA/ms
DeltaG	Різниця між реальною та геометричною фазами впорскування палива, °CA

Робочі параметри двигуна, що визначаються в режимі реального часу та в режимі аналізу

Аналітичний метод визначення ВМТ поршня шляхом розв'язання рівняння $PV^n = const$. Синхронізація даних, тобто переведення даних тиску в циліндрі з функції часу у функцію за кутом повороту колінчастого валу [3; 10; 11], часто необхідно робити за відсутності інформації про фактичний ступінь

стиснення в циліндрі $\epsilon = V_a/V_c$, що характерно для сучасних двигунів зі змінними фазами газорозподілу [1]:

$$P(t, ms) \to P(deg, \ ^{\circ}CA) \tag{1}$$

де є – ступінь стиснення в циліндрі; V_a – робочий об'єм циліндра; V_c – об'єм камери стиснення.

Задача аналітичного визначення ВМТ розв'язувалася багатьма авторами [16; 17]. Можна відразу виділити тип дизелів, для яких ця задача розв'язується відносно нескладно, – це малообертові та середньообертові дизелі з початком

самозаймання після ВМТ, рис. 2. У цьому випадку крива швидкості зміни тиску при стисненні $dP/d\phi$ перетинає нуль у положенні ВМТ (за винятком малого термодинамічного зсуву [3; 4]). Або крива підходить близько до нуля, як показано на рис. 2, і її екстраполююча крива перетинає нуль у положенні ВМТ з дуже малою похибкою екстраполяції.

Двотактні малообертові дизелі широко застосовні на суднах морського флоту як головні двигуни, і для них задача аналітичної синхронізації даних (1) розв'язується відносно легко. Інші, також широко застосовні морські двигуни (середньо- та високообертові чотиритактні), мають робочий процес з початком займання в циліндрі перед ВМТ. У цьому випадку крива швидкості зміни тиску $dP / d\varphi$ не перетинає нуль у положенні ВМТ. Екстраполяція цієї кривої за допомогою математичної моделі може давати похибку, пов'язану зі значними шумами, отриманими в результаті чисельного диференціювання кривої тиску [3, 8-15].



Рис. 2. Робочий процес двотактного малообертового дизеля 6S50MC-C із займанням палива після ВМТ

Визначити ВМТ, а потім розв'язати задачу синхронізації даних (1) пропонується за допомогою аналізу записаної кривої тиску, для якої справедливе рівняння (2). Запропонований нижче метод базується на законі політропного стиснення в циліндрі за умови постійного середнього значення коефіцієнта політропи стиснення n [3, 4]:

$$PV^{n} = const; (2)$$

де *P*, *V* – тиск і об'єм у робочому циліндрі; *n*=1.33...1.37 [3].

Окрім відсутності інформації про фактичний ступінь стиснення *eps*, часто буває невідомим або дуже приблизно відомим тиск наддувного повітря *Pscav*. Тиск наддуву має малу абсолютну величину, тому на практиці він вимірюється, як правило, з великою похибкою [10].

Більшість сучасних систем діагностування морських дизелів, призначених для практичного застосування [4; 14; 18; 19], використовують неохолоджувані датчики, які при нагріванні в процесі вимірювання змінюють свій постійний рівень і не призначені для вимірювання постійних тисків, тобто не вимірюють тиск наддувного повітря. При індиціюванні двигуна *Pscav* має вимірюватися незалежним датчиком або задаватися вручну, що незручно під час діагностування. Неточне внесення *Pscav* може суттєво спотворити результати розрахунку і внести похибку в розрахункові значення середнього індикаторного тиску *MIP* та індикаторної потужності циліндра *IPOWER*.

Таким чином, актуальним є завдання визначення із заданою точністю ВМТ та подальша синхронізація даних (1) при невідомих параметрах ступеня стиснення *eps* та тиску наддувного повітря P_{scav} . Розв'яжемо це завдання для ділянки $[P_1...P_2]$ на кривій стиснення, див. рис. 3, для якої справедливий вираз (2).



Рис. 3. Робочий процес чотиритактного дизеля YANMAR 6EY18ALW із займанням палива до BMT

Запишемо вираз, справедливий для будь-яких двох точок на кривій стиснення:

$$P_1 V_1^{n} = P_2 V_2^{n} = const.$$
 (3)

Для того, щоб виключити вплив шумів на кривій тиску, значення P_1 і P_2 визначаються як значення квадратних поліномів, що апроксимують відповідні обведені ділянки біля точок P_1 і P_2 , див. рис. 3.

$$P_{l} = a_{l} \varphi_{1}^{2} + b_{l} \varphi_{1} + c_{1}, \qquad (4)$$

$$P_2 = a_2 \varphi_2^2 + b_2 \varphi_2 + c_2, \tag{5}$$

де коефіцієнти $a_p b_p c_1$ і $a_2 b_2 c_2$ поліномів, що апроксимують криву тиску, визначаються за допомогою методу найменших квадратів на ділянках $\varphi_1(\varphi_2) \pm 5...10$ °ПКВ залежно від зашумленості даних (див. обведені ділянки рис. 3). З урахуванням виразів для об'ємів циліндра при фазах повороту колінчастого вала φ_1 і φ_2 , рівняння (3) можна записати як:

$$P_{1}(V_{S1} + V_{C})^{n} = P_{2}(V_{S2} + V_{C})^{n};$$
(6)

$$\frac{V_{s1} + V_C}{V_{s2} + V_C} = \sqrt[n]{\frac{P_2}{P_1}}$$
(7)

де V_c – об'єм камери стиснення; $V_{s1} + V_c = V(\phi_1)$, $V_{s2} + V_c = V(\phi_2)$, а вираз для поточного об'єму циліндра $V(\phi)$ запишемо у вигляді:

$$V(\phi) = V_{\rm C} + \frac{\pi D^2}{4} s(\phi) \tag{8}$$

де *D* – діаметр циліндра.

$$s(\phi) = R\left[\sqrt{\left(1 - \frac{1}{\lambda_{CR}}\right)^2 - k_p^2} - \frac{1}{\lambda_{CR}}\sqrt{1 - \lambda_{CR}^2 (\sin(\phi) - k_p)^2} - \cos(\phi)\right]$$
(9)

де R – радіуса кривошипа, $\lambda_{CR} = R / L$ – відношення радіуса кривошипа до довжини шатуна, $k_p = e / R$ – відносний ексцентриситет, e – ексцентриситет кривошипа [3, 20].

Позначимо в (7) вираз під коренем $\sqrt[n]{\frac{P_2}{P_1}} = A$, і остаточно вираз для об'єму камери стиснення V_C у вигляді:

$$AV_{\rm C} - V_{\rm C} = V_{\rm S1} - AV_{\rm S2}; \tag{10}$$

$$V_{\rm c} = \frac{V_{\rm S1} - AV_{\rm S2}}{A - 1} \tag{11}$$

Таким чином, отримані в результаті індиціювання двигуна значення тисків у двох точках P_{l} , P_{2} на кривій стиснення і приблизні початкові фази φ_{1} і φ_{2} відносно невідомої ВМТ дають можливість визначити об'єм камери стиснення $V_{c} = f(V_{s1}, V_{s2}, A)$ методом ітерацій, який буде необхідний для подальшого моделювання кривої стиснення в циліндрі:

$$P_{1}V_{1}^{n} = P_{j}V_{j}^{n};$$
(12)

$$P_{j} = P_{1} \left(\frac{V_{S1} + V_{C}}{V_{Si} + V_{C}} \right)^{n}$$
(13)

У зв'язку з температурною зміною постійного рівня неохолоджуваних датчиків тиску, які застосовуються в сучасних системах діагностування морських дизелів [4; 14; 18; 19], цей постійний рівень віднімають при вимірюваннях, виключаючи таким чином навіть приблизну оцінку тиску на початку стиснення P_a . Тоді тиски на кривій стиснення P_1 і P_2 з урахуванням невідомого тиску на початку стиснення запишемо:

$$\mathbf{P}_{1} = \overline{\mathbf{P}_{1}} + \mathbf{P}_{a}; \tag{14}$$

$$\mathbf{P}_2 = \overline{\mathbf{P}_2} + \mathbf{P}_a \,, \tag{15}$$

де $\overline{P_1}$, $\overline{P_2}$ – значення тиску з відрахованим постійним температурним постійним рівнем.

Як початкове наближення р. (див. рис. 3) можна прийняти:

$$\mathbf{P}_{\mathrm{a}} = \mathbf{P}_{\mathrm{ign}} / \varepsilon_{\mathrm{pass}} \,, \tag{16}$$

де ε_{pass} – паспортне або наближене значення ступеня стиснення в циліндрі.

За початкове наближення положення ВМТ можна умовно взяти фазу максимального тиску згоряння *Pmax*. У такому випадку значення змінної φ включатиме шукану поправку для розрахункового положення ВМТ поршня:

$$\varphi = \overline{\varphi} + \Delta \varphi_{\text{TDC}} \tag{17}$$

Початкове наближення положення ВМТ $\Delta \phi_{TDC}$ визначається за допомогою методу, описаного нижче.

Для побудови моделі кривої стиснення (13), розробленої на основі рівняння політропи стиснення (2), використовуються дані тиску в робочому циліндрі. Ці дані отримані при індиціюванні двигуна з вирахуваним температурним постійним

рівнем $\overline{P_j}\,$ та з початковими приблизними оцінками $P_a\,$ і $_{\Delta\phi_{TDC}}.$

Отже, модель кривої стиснення P_j є функцією двох невідомих параметрів: P_a і $\Delta \phi_{TDC}$:

$$P_{i} = f(P_{a}, \Delta \varphi_{TDC}).$$
(18)

Моделювання здійснюється методом найменших квадратів за допомогою методу безградієнтної нелінійної п-параметричної мінімізації *Powell-64* [21]. Мінімізований функціонал запишемо у вигляді:

$$F = \sum_{j=\varphi_1}^{\varphi_2} \left[\overline{P}_j - P_j \left(P_a, \Delta \varphi_{TDC} \right) \right]^2 \rightarrow \min$$
(19)

де φ_1, φ_2 – межі моделювання ділянки кривої стиснення.

Метод дозволяє визначити мінімум нелінійної функції *n*-змінних шляхом проведення послідовних пошуків вздовж системи сполучених напрямків [22]. Метод *Powell*'64 не використовує похідних для здійснення пошуку, що зручно в практичних розрахунках. Метод є ефективним не тільки для квадратичних функцій, але й для нелінійних *n*-параметричних функцій загального вигляду.

У результаті мінімізації функціоналу отримаємо модель ділянки стиснення $[P_1...P_2]$ (див. рис. 3), побудовану на базі даних індиціювання двигуна, і головне – отримаємо із заданою точністю значення P_a і $\Delta \phi_{TDC}$, що дає можливість уточнити положення ВМТ і розв'язати задачу синхронізації даних (1) без використання ступеня стиснення в циліндрі. Остаточний аналіз даних індиціювання, після розв'язання задачі аналітичної синхронізації даних, дає можливість визначити середній індикаторний тиск *MIP*, індикаторну потужність циліндра *IPOWER* та основні параметри робочого процесу, вказані в табл. 1.

Визначення початкового наближення вмт шляхом аналізу діаграм dP/dt. Початкове значення ВМТ поршня необхідне для реалізації наведеного вище методу визначення положення ВМТ $\Delta \varphi_{TDC}$ та тиску наддуву P_a . Проте насамперед швидке визначення початкового значення ВМТ, яке розраховується за часовими діаграмами P(t, ms), необхідне для роботи системи діагностики морських дизельних двигунів у режимі реального часу, див. рис. 1. У цій частині статті пропонується емпірична формула для визначення ВМТ, що базується на аналізі діаграм



dP/dt, отриманих чисельним методом та оброблених цифровим фільтром [4, 16], рис. 4,5.

Рис. 4. Визначення початкового наближення ВМТ для двигуна MAN 32/40

За початкове положення ВМТ умовно береться точка максимального тиску P_{max} . Після цього обчислюється відхилення до початкового наближення, а потім ВМТ коригується методом, детально описаним раніше.

Вивчення даних, отриманих під час індиціювання морських двигунів за допомогою датчиків *IMES* [17], та аналіз результатів моделювання робочих процесів у програмному середовищі *Blitz-PRO* [20] дали змогу виявити важливу закономірність. Встановлено, що початкове наближення ВМТ можна визначити, аналізуючи співвідношення між амплітудами та відповідними фазами екстремумів на кривій швидкості зміни тиску в робочому циліндрі.

Аналіз даних індиціювання морських двигунів різних типів [3; 4] показав, що залежно від характеру робочого процесу та типу індикаторної діаграми положення ВМТ здебільшого знаходиться між фазами [$\phi P'_{min}...P'_{max1}$]мінімуму першої похідної та максимуму першої похідної на ділянці згоряння.

Експериментально отримано співвідношення фаз максимумів перших похідних на ділянках згоряння $\phi P'_{max1}$, стиснення $\phi P'_{max2}$ та положення BMT ϕ_{TDC} , рис. 4, 5.

Для різних типів морських двигунів визначено, що у випадку «м'якого» згоряння, коли швидкість зміни тиску на ділянці згоряння менша, ніж на ділянці стиснення, положення ВМТ ближче до фази мінімуму першої похідної $\phi P'_{min}$, яка знаходиться між стисненням і згорянням, рис. 4.

Для двигунів з «жорстким» згорянням, коли максимум першої похідної на ділянці згоряння більший, ніж на ділянці стиснення, положення ВМТ знаходиться ближче до фази максимуму похідної на ділянці згоряння $\phi P'_{max1}$, рис. 5.



Рис. 5. Визначення початкового наближення ВМТ для двигуна MAN 58/64

При цьому виділяються два крайніх випадки залежно від відношення величин Р'_{max1}/Р'_{max2} (варто зазначити, що ці співвідношення базуються на емпіричних даних і потребують коригування для кожного конкретного типу двигуна):

$$\frac{P'_{max1}}{P'_{max2}} < 0.5 \rightarrow TDC \cong \varphi P'_{min};$$
(20)

$$\frac{P'_{max1}}{P'_{max2}} > 3 \rightarrow TDC \cong \varphi P'_{max1};$$
(21)

Для сучасних двигунів P'_{max1}/P'_{max2} – відношення швидкостей зміни тиску при згорянні та стисненні може бути меншим за 1.0, тобто швидкість підвищення тиску при згорянні менша, ніж при стисненні, що характеризує «м'яке» згоряння [3] без значних динамічних навантажень на кривошипно-шатунний механізм та підшипники, див. рис. 4. У цьому випадку положення ВМТ ближче до фази мінімуму першої похідної $TDC \cong \varphi P'_{min}$.

Загалом, залежність між положенням ВМТ та екстремумами першої похідної можна представити такою емпіричною формулою:

$$\Delta \varphi_{TDC} = \varphi P'_{\min} + \frac{\varphi P'_{\max 1-} \varphi P'_{\min}}{\theta_1 - \theta_2} * \left(\frac{P'_{\max 1}}{P'_{\max 2}} - \theta_2 \right), \tag{22}$$

де $\theta_1 = [3 \div 5]$, $\theta_2 = [0.3 \div 0.9]$ – емпіричні коефіцієнти; $\varphi P'_{min}$ – фаза мінімуму швидкості зміни тиску між фазами максимумів на стисненні та на згорянні; $\varphi P'_{max1}$ – фаза максимуму швидкості зміни тиску при згорянні палива; P'_{max1} і P'_{max2} – максимальні швидкості зміни тиску стиснення та згоряння.

Результати розрахунку початкового наближення ВМТ для кількох двигунів з різними способами організації робочих процесів показано в табл. 2 та на рис. 6.

			B	изначенн	я початко)	вого набл	иження	BMT			Таблиця 2
Двигун: Weic	hai CCFJ40	\mathbf{W} . $\boldsymbol{\theta}_{1} = \mathbf{W}$	$1, \ \theta_2 = 0$								
φ $bTDC$, °CA	P_{max2}	$^{\circ CA}$	P_{max1}	°СА	$\frac{P'_{max1}}{P'_{max2}}$	P_{min}	°CA	$\Delta^{'}TDC*$	$\Delta \phi_{TDC}$	$\varphi_{_{TDC}}$	ΔTDC
6 bTDC	172.49	348	634.2	359	3.676735	49.03	358	2	3.676734883	361.676735	1.676735
8 bTDC	172.15	348	580.2	358	3.370317	70.4	357	3	3.370316584	360.370317	0.370317
10.4 <i>bTDC</i>	171.95	348	588	356	3.419599	110	355	5	3.419598721	358.419599	-1.5804
12 bTDC	171.3	348	1110	354	6.47986	144.9	353	7	6.479859895	359.47986	-0.52014
										359.986628	0.15555
Двигун: WUX	II 277 rpm (5, 7, 10, 1	2 bTDC), 0	$_{1}=5, \theta_{2}=0$.3						
φ $bTDC$, °CA	P_{max2}	$^{\circ CA}$	P_{max1}	$\circ CA$	$rac{P'_{max1}}{P'_{max2}}$	P_{min}	VO_{\circ}	$\Delta^{'}TDC$	$\Delta \phi_{TDC}$	$\varphi_{_{TDC}}$	ΔTDC
5 bTDC	80.85	344	229.8	365	2.842301	15.68	358	2	3.786405084	361.786405	1.786405
7 bTDC	80.85	344	261.8	364	3.238095	32.81	357	3	5.001013171	361.001013	1.001013
10 bTDC	80.85	344	317.64	361	3.928757	54.67	355	5	6.176607587	359.176608	-0.82339
12 bTDC	80.85	344	358.88	359	4.438837	65.78	353	7	7.044829537	358.04483	-1.95517
										360.002214	0.002214
Двигун: Wart	sila 16V32,	$\theta_1 = 3, \theta_2 =$	0.3								
% iPOWER [$\phi_{ m inj}, ^{\circ} m CA]$	P_{max2}	$^{\circ}CA$	P_{max1}	$^{\circ}CA$	$\frac{P'_{\frac{max1}{2}}}{P'_{\frac{max2}{2}}}$	P_{min}	$^{\circ CA}$	Δ 'TDC	$\Delta \phi_{TDC}$	$\varphi_{_{TDC}}$	ΔTDC
0 [2, 14.5]	299.3	346	308.13	366	1.029502	0.364	359.8	0.2	1.675153135	361.475153	1.475153
+3% [4, 15]	299.99	346	414.13	364	1.380479	70.18	358	2	2.401065221	360.401065	0.401065
+5% [7, 16]	300.47	346	518.62	361	1.726029	171.79	355	5	3.168953824	358.168954	-1.83105
										360.015057	0.015057
$^*\Delta' TDC$	$t = \phi P_{\min} - 360$	0									

54

З таблиці 2 випливає, що початкове визначення ВМТ здебільшого має відносно невисоку абсолютну похибку і може бути застосоване для роботи системи моніторингу в режимі реального часу. Перевагою розрахунку початкового наближеного значення ВМТ є висока швидкість обчислень, враховуючи необхідність попереднього визначення екстремумів першої похідної від кривої тиску. Також перевагою алгоритму є невисока чутливість до шумів першої похідної від експериментальних даних тиску.

Недоліком алгоритму є необхідність підбору коефіцієнтів θ_1 , θ_2 . Проте одноразово підібрані коефіцієнти можуть потім бути використані для основних експлуатаційних режимів двигуна, що дає можливість аналізувати діаграму тиску в циліндрі в реальному часі.



Рис. 6. Робочий процес двигуна Wartsila 16V32 з різними кутами випередження впорскування палива

Висновки. Запропонований метод визначення ВМТ поршня базується на аналізі ділянки кривої стиснення в циліндрі. На відміну від інших методів, він має більшу точність, оскільки не використовує похідні від кривої тиску, які мають високий рівень шуму в експериментальних даних. Запропонований метод визначення ВМТ працює за відсутності інформації про фактичний ступінь стиснення в циліндрі, що характерно для сучасних двигунів зі змінними фазами газорозподілу.

Запропонований алгоритм попередньої синхронізації, який визначає початкове положення ВМТ з достатньою для більшості практичних випадків точністю, використовується як перше наближення для розробленого методу. Використання датчика тиску газів у робочому циліндрі та датчика вібрації в системі моніторингу робочого процесу реального часу розширює можливості діагностики суднових дизелів. Паралельно з аналізом тиску в робочому циліндрі датчик вібрації дозволяє аналізувати фази подачі палива та газорозподілу. У режимі реального часу можливе розв'язання задачі синхронізації даних до переведення даних із функцій часу у функції за кутом повороту колінчастого вала. Діагностика морських двигунів у реальному часі має низку переваг, оскільки дає можливість аналізувати поточний стан циліндро-поршневої групи, паливної апаратури високого тиску та механізму газорозподілу безпосередньо під час експлуатації. Система діагностики в реальному часі дозволить виконувати оптимальне налаштування відповідних механізмів та контролювати результат їх налаштування під час експлуатації.

ЛІТЕРАТУРА

- IMO Strategy on reduction of GHG emissions from ships. *International Maritime Organization*: веб-сайт. URL: https://www.imo.org/en/Our-Work/Environment/Pages/IMO-Strategy-on-reduction-of-GHG-emissions-from-ships.aspx (дата звернення: 09.06.2024).
- Bach H., Hansen T. IMO off course for decarbonisation of shipping? Three challenges for stricter policy. *Marine Policy*. 2023. Vol. 147. P. 105379 DOI: https://doi.org/10.1016/j.marpol.2022.105379 (date of access: 04.06.2024).
- 3. Heywood J. B. Internal combustion engine fundamentals. New York : McGraw-Hill. 1988. 930 p.
- 4. Варбанець Р. А. Діагностичний контроль робочого процесу суднових дизелів в експлуатації : дис. ... д-ра техн. наук : 05.05.03. Одеса, 2010. 314 с.
- Advanced marine diesel engines diagnostics for IMO decarbonization compliance / Varbanets R, Minchev D, Savelieva I, Rodionov A, Mazur T, Psariuk S, Bondarenko V. *AIP Conference Proceedings*. 2024. Vol. 3104(1). P. 020004. DOI: https://doi.org/10.1063/5.0198828.
- Polanowski S. Determination of location of Top Dead Centre and compression ratio value on the basis of ship engine indicator diagram. *Polish Maritime Research*. 2008. Vol. 15, no. 2. DOI: https://doi.org/10.2478/v10012-007-0065-2 (дата звернення: 05.06.2024).
- Tunestål P. Model Based TDC Offset Estimation from Motored Cylinder Pressure Data. *IFAC Proceedings Volumes*. 2009. Vol. 42, no. 26. P. 241–247. DOI: https://doi.org/10.3182/20091130-3-fr-4008.00032 (да та звернення: 03.06.2024).
- Pipitone E., Beccari A. Determination of TDC in internal combustion engines by a newly developed thermodynamic approach. *Applied Thermal Engineering*. 2010. Vol. 30, no. 14-15. P. 1914–1926. DOI: https://doi. org/10.1016/j.applthermaleng.2010.04.012 (дата звернення: 14.05.2024).
- Staś M. J. An Universally Applicable Thermodynamic Method for T.D.C. Determination. SAE 2000 World Congress. 400 Commonwealth Drive, Warrendale, PA, United States, 2000. DOI: https://doi. org/10.4271/2000-01-0561 (дата звернення: 04.07.2024).
- Tazerout M., Le Corre O., Stouffs P. Compression Ratio and TDC Calibrations Using Temperature – Entropy Diagram. *International Fuels & Lubricants Meeting & Exposition*. 400 Commonwealth Drive, Warrendale,

PA, United States, 1999. DOI: https://doi.org/10.4271/1999-01-3509 (дата звернення: 24.05.2024).

- Determination of top dead centre location based on the marine diesel engine indicator diagram analysis / R. Varbanets et al. *Diagnostyka*. 2020. Vol. 21, no. 1. P. 51–60. URL: https://doi.org/10.29354/diag/116585 (дата звернення: 24.06.2024).
- Marine diesels working cycle monitoring on the base of IMES GmbH pressure sensors data / S. Neumann et al. *Diagnostyka*. 2019. Vol. 20, no. 2. P. 19–26. URL: https://doi.org/10.29354/diag/104516 (дата звернення: 04.07.2024).
- Improvement of Diagnosing Methods of the Diesel Engine Functioning under Operating Conditions / R. Varbanets et al. *International Powertrains*, *Fuels & Lubricants Meeting*. 400 Commonwealth Drive, Warrendale, PA, United States, 2017. URL: https://doi.org/10.4271/2017-01-2218 (дата звернення: 04.07.2024).
- 14. IMES cylinder pressure sensors : веб-сайт. URL: https://www.imes.de (дата звернення: 16.01.2024).
- Digital Twin Test-Bench Performance for Marine Diesel Engine Applications / D. Minchev et al. *Polish Maritime Research*. 2023. Vol. 30, no. 4. P. 81–91. URL: https://doi.org/10.2478/pomr-2023-0061 (дата звернення: 04.07.2024).
- 16. Vibrodiagnostics of marine diesel engines in IMES GmbH systems / S. Neumann et al. *Ships and Offshore Structures*. 2022. P. 1–12. URL: https://doi. org/10.1080/17445302.2022.2128558 (дата звернення: 04.07.2024).
- 17. Neumann S. High temperature pressure sensor based on thin film strain gauges on stainless steel for continuous cylinder pressure control [Text]. *CIMAC Congress*. Hamburg : Digest, 2001. P. 1–12.
- Lehmann & Michels GmbH. Premet type L, LS, and XL electronic indicators. 2006. Retrieved from: http://www.lemag.de/fileadmin/user_upload/ PREMET_liste_100_04_2006.pdf (дата звернення: 11.06.2024).
- 19. MARIDIS Maritime Diagnosis & Service: веб-сайт. URL: https://www. maridis.de/en/contact-us.html (дата звернення: 24.01.2024).
- 20. Minchev D. *Blitz-PRO User's manual*. Retrieved from: URL: http:// blitzpro.zeddmalam.com/extra/Tutorial/Help.pdf (дата звернення: 09.06.2024).
- Himmelblau D. M. Applied nonlinear programming. New York : McGraw-Hill. 1972. 498 p.
- Powell MJD. An efficient method for finding the minimum of a function of several variables without calculating derivatives. *The Computer Journal*. 1964. Vol. 7, Issue 2. P. 155–162. DOI: https://doi.org/10.1093/comjnl/7.2.155 (дата звернення: 19.06.2024).

REFERENCES

1. *IMO Strategy on reduction of GHG emissions from ships*. (2023). International Maritime Organization. Retrieved June 9, 2024, from https://www.

imo.org/en/OurWork/Environment/Pages/IMO-Strategy-on-reduction-of-GHG-emissions-from-ships.aspx.

- Bach, H., & Hansen, T. (2023). IMO off course for decarbonisation of shipping? Three challenges for stricter policy. *Marine Policy*, 147, 105379. DOI: https://doi.org/10.1016/j.marpol.2022.105379.
- 3. Heywood, J.B. (1988). Internal combustion engine fundamentals, New York: McGraw-Hill, 930 p.
- 4. Varbanets, R. (2010). Diagnostic control of the working process of marine diesel engines in operation: Doctoral dissertation. Odessa National Maritime University, Odessa, 314 p.
- Varbanets, R., Minchev, D., Savelieva, I., Rodionov, A., Mazur, T., Psariuk, S., & Bondarenko, V. (2024). Advanced marine diesel engines diagnostics for IMO decarbonization compliance. *Transport, ecology, sustainable development: EKO Varna 2023. In AIP Conference Proceedings* (Vol. 3104, No. 1). AIP Publishing. DOI: https://doi.org/10.1063/ 5.0198828.
- Polanowski, S. (2008). Determination of location of Top Dead Centre and compression ratio value on the basis of ship engine indicator diagram. *Polish Maritime Research*, 15(2). DOI: https://doi.org/10.2478/ v10012-007-0065-2.
- Tunestål, P. (2009). Model Based TDC Offset Estimation from Motored Cylinder Pressure Data. *IFAC Proceedings Volumes*, 42(26), 241–247. DOI: https://doi.org/10.3182/20091130-3-fr-4008.00032.
- Pipitone, E., & Beccari, A. (2010). Determination of TDC in internal combustion engines by a newly developed thermodynamic approach. *Applied Thermal Engineering*, 30(14-15), 1914–1926. DOI: https://doi. org/10.1016/j.applthermaleng.2010.04.012/
- Staś, M. J. (2000). An Universally Applicable Thermodynamic Method for T.D.C. Determination. Y SAE 2000 World Congress. SAE International. DOI: https://doi.org/10.4271/2000-01-0561.
- Tazerout, M., Le Corre, O., & Stouffs, P. (1999). Compression Ratio and TDC Calibrations Using Temperature - Entropy Diagram. Y *International Fuels & Lubricants Meeting & Exposition*. SAE International. DOI: https:// doi.org/10.4271/1999-01-3509.
- Varbanets, R., Zalozh, V., Shakhov, A., Savelieva, I., & Piterska, V. (2020). Determination of top dead centre location based on the marine diesel engine indicator diagram analysis. *Diagnostyka*, 21(1), 51–60. DOI: https://doi. org/10.29354/diag/116585.
- Neumann, S., Varbanets, R., Kyrylash, O., Yeryganov, O., & Maulevych, V. (2019). Marine diesels working cycle monitoring on the base of IMES GmbH pressure sensors data. *Diagnostyka*, 20(2), 19–26. DOI: https://doi. org/10.29354/diag/104516.
- Varbanets, R., Karianskyi, S., Rudenko, S., Gritsuk, I. V., Yeryganov, A., Kyrylash, O., & Aleksandrovskaya, N. (2017). Improvement of Diagnosing Methods of the Diesel Engine Functioning under Operating Conditions.

V International Powertrains, Fuels & Lubricants Meeting. SAE International. DOI: https://doi.org/10.4271/2017-01-2218.

- 14. IMES cylinder pressure sensors: web site. URL: https://www.imes.de (Retrieved: 16.01.2024).
- Minchev, D., Varbanets, R., Shumylo, O., Zalozh, V., Aleksandrovska, N., Bratchenko, P., & Truong, T. H. (2023). Digital Twin Test-Bench Performance for Marine Diesel Engine Applications. *Polish Maritime Research*, 30(4), 81–91. DOI: https://doi.org/10.2478/pomr-2023-0061.
- Neumann, S., Varbanets, R., Minchev, D., Malchevsky, V., & Zalozh, V. (2022). Vibrodiagnostics of marine diesel engines in IMES GmbH systems. *Ships and Offshore Structures*, 1–12. DOI: https://doi.org/10.1080/1 7445302.2022.2128558
- 17. Neumann, S. (2001). High temperature pressure sensor based on thin film strain gauges on stainless steel for continuous cylinder pressure control. *In: CIMAC Congress*, Hamburg Digest, pp. 1-12.
- Lehmann & Michels GmbH (2006). Premet type L, LS, and XL electronic indicators: web site. Retrieved from: http://www.lemag.de/fileadmin/user_ upload/PREMET_liste_100_04_2006.pdf (Retrieved: 11.06.2024).
- 19. MARIDIS Maritime Diagnosis & Service: web site. URL: https://www.maridis.de/en/contact-us.html (Retrieved: 24.01.2024).
- 20. Minchev D. *Blitz-PRO User's manual*. Retrieved 09.06.2024, from: URL: http://blitzpro.zeddmalam.com/extra/Tutorial/Help.pdf.
- 21. Himmelblau, D. M. (1972). *Applied nonlinear programming*. McGraw-Hill.
- 22. Powell, M. J. D. (1964). An efficient method for finding the minimum of a function of several variables without calculating derivatives. *The Computer Journal*, 7(2), 155–162. https://doi.org/10.1093/comjnl/7.2.155.