

АНАЛІЗ ТОЧНОСТІ ВИЗНАЧЕННЯ ГРАНИЦІ ВИТРИВАЛОСТІ МЕТОДОМ СТУПІНЧАСТОЇ ЗМІНИ НАВАНТАЖЕННЯ

А.В. Конопльов¹, О.М. Кононова², Н.І. Чередарчук³, В.В. Галевський⁴

¹д.т.н., професор, завідувач кафедри «Машинознавство»,
Одеський національний морський університет, Одеса, Україна,
ORCID ID: 0009-0009-9775-6018

²к.т.н., доцент кафедри «Машинознавство»,
Одеський національний морський університет, Одеса, Україна,
ORCID ID: 0000-0001-6966-7223

³к.т.н., доцент кафедри «Математика, фізика та астрономія»,
Одеський національний морський університет, Одеса, Україна,
ORCID ID: 0000-0002-2316-8047

⁴старший викладач кафедри «Машинознавство»,
Одеський національний морський університет, Одеса, Україна,
ORCID ID: 0000-0003-0889-2739

Анотація

Вступ. Розглянуто проблему, пов'язану з точністю експериментального визначення середньомовірного значення границі витривалості та її середньоквадратичного відхилення за методом «угору – униз».

Для розв'язання задачі було розглянуто приклад і проведені розрахунки, що дозволили побудувати залежності похибок цих характеристик опору втомі від режимів проведення випробувань. Було показано, що середньомовірні значення границь витривалості та їх середньоквадратичні відхилення істотно залежать як від початкового рівня навантаження, так і від перепаду напружень між рівнями. Розрахунковим шляхом було встановлено, що мінімальні значення похибок мають місце в разі, коли початкове напруження близьке до очікуваної границі витривалості, а перепад напружень d є мінімальним. **Мета** статті – дослідження точності методу визначення границі витривалості та її розсіювання за різних варіантів планування випробувань. **Результати.** Розрахунковим шляхом отримано залежності границі витривалості та її середньоквадратичного відхилення від інтервалу між рівнями напружень і початкового рівня навантаження, а також визначено значення їх похибок, які представлені в табличному та графічному видах. **Висновки.** Середньомовірні значення границь витривалості та їх середньоквадратичні відхилення, визначені за формулами (3) та (4), залежать як від початкового рівня навантаження, так і від перепаду напружень між рівнями.

Мінімальні значення похибок δ_{σ_R} мають місце в разі, коли початкове напруження близьке до очікуваної границі витривалості, а перепад напружень d мінімальний.

Похибки середньоквадратичного відхилення границі витривалості δ_s змінюються у границях, причому їх залежність від перепаду напружень і початкового рівня має стохастичний характер.

***Ключові слова:** випробування на опір втомі, ступінчасте навантаження об'єктів, границя витривалості.*

ANALYSIS OF THE ACCURACY OF DETERMINATION OF THE ENDURANCE LIMIT BY THE METHOD OF GRADUAL LOAD CHANGE

A.V. Konoplev¹, O.M. Kononova², N.I. Cheredarchuk³, V.V. Halevskiy⁴

¹Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of Machine Science Department,
Odessa National Maritime University, Odessa, Ukraine,
ORCID ID: 0009-0009-9775-6018

²Ph.D., Associate Professor at the Machine Science Department,
Odessa National Maritime University, Odessa, Ukraine,
ORCID ID: 0000-0001-6966-7223

³Ph.D., Associate Professor at the Mathematics, Physics and Astronomy Department,
Odessa National Maritime University, Odessa, Ukraine,
ORCID ID: 0000-0002-2316-8047

⁴Senior Lecturer at the Machine Science Department,
Odessa National Maritime University, Odessa, Ukraine,
ORCID ID: 0000-0003-0889-2739

Summary

Introduction. *The problem associated with the accuracy of the experimental determination of the average probable value of the endurance limit and its root-mean-square deviation using the up-down method is considered.*

*To solve the problem, an example was considered and calculations were carried out, which made it possible to plot the dependences of the errors of these fatigue resistance characteristics on the test modes. It was shown that the average probable values of endurance limits and their root-mean-square deviations significantly depend on both the initial load level and the voltage drop between levels. In this case, it was found by calculation that the minimum error values occur when the initial stress is close to the expected endurance limit, and the voltage drop d is minimal. **Purpose** of the article is to study the accuracy of the method for determining the endurance limit and its dispersion under different test planning options. **Results.** *The dependences of the endurance limit and its root-mean-square deviation from the interval between stress levels and the initial load level are obtained by calculation, and the values of their errors are determined, presented in tabular and graphical forms. **Conclusions.** *The average probable values of endurance limits and their root-mean-square deviations, determined by formulas (3) and (4), depend both on the initial load level and on the voltage drop between the levels.***

The minimum error values occur when the initial stress is close to the expected endurance limit, and the voltage drop is minimal.

The errors of the root-mean-square deviation of the endurance limit vary within the limits, and their dependence on the voltage drop and the initial level is stochastic.

Key words: *fatigue resistance test, stepped loading of objects, endurance limit.*

Постановка проблеми в загальному вигляді та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями. Одним із завдань під час проведення випробувань деталей машин, конструкцій, а також їх моделей чи зразків із відповідних матеріалів на опір втомі є завдання, що пов'язане з визначенням границі витривалості та її розподілом [1–5; 8–10]. Серед існуючих методів визначення границі витривалості найефективнішим вважають метод ступінчастої зміни навантаження (метод «угору – униз») [6]. Його головною перевагою є прийнятна точність і скорочена кількість об'єктів, які випробовують, що дуже важливо під час проведення натурних випробувань. Суть цього методу полягає в послідовному випробуванні партії об'єктів за такою структурно-логічною схемою (рис. 1).

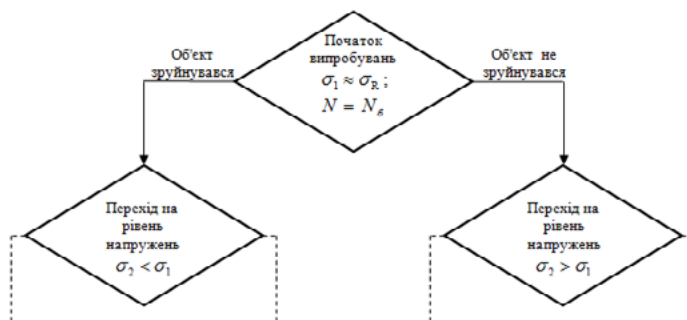


Рис. 1. Структурно-логічна схема випробувань методом ступінчастої зміни навантаження «угору – униз»

На схемі прийняті позначення: σ_1 і σ_2 – стаціонарні рівні напруження; N_s – базова кількість циклів. Відповідно до рекомендацій [7] інтервал між рівнями напружень не повинен перевищувати подвоєного значення середньоквадратичного відхилення границі витривалості. Необхідна кількість об'єктів випробувань для отримання надійного результату має становити щонайменше 30–40 штук [6].

Схематично процес випробувань подається у вигляді графіка (рис. 2).

Обробку результатів випробувань деталей машин на опір втомі, що пов'язане з визначенням границі витривалості та її розподілом [1–5; 8–10], проводять відповідно до методу максимуму правдоподібності. Відповідно до цього методу математичне очікування значень границі витривалості та її розсіювання визначаються з таких рівнянь [6]:

$$\sum_{i=-\infty}^{+\infty} n_i \left[\frac{\phi(z_{i-1})}{q_{i-1}} - \frac{\phi(z_i)}{P_i} \right] = 0, \quad (1)$$

$$\sum_{i=-\infty}^{+\infty} n_i \left[\frac{z_{i-1}\phi(z_{i-1})}{q_{i-1}} - \frac{z_i\phi(z_i)}{P_i} \right] = 0, \quad (2)$$

де n_i – кількість випробуваних об'єктів, що зруйнувалися на i -тому рівні напруження (рівняння (1) і (2) отримані для випадку, коли число зруйнованих об'єктів менше за кількість незруйнованих); $z_i = \frac{\sigma_i - M\{\sigma_R\}}{\sqrt{D\{\sigma_R\}}}$ – нормована нормально розподілена величина; σ_i – рівень напружень, за якого проведено випробування; $P_i = 1 - q_i$ – імовірність руйнування на i -тому рівні напружень.

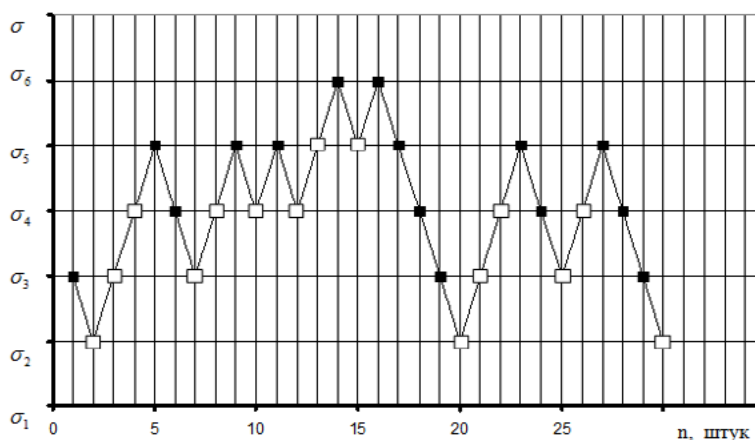


Рис. 2. Схема випробувань за методом ступінчастої зміни навантаження «угору – униз»

Оскільки розв'язання рівнянь (1) і (2) становить складність, використовують лінійну апроксимацію цих рівнянь, яка справедлива за значень $d < 2\sqrt{D\{\sigma_R\}}$ (тут d – інтервал між рівнями напружень).

Отже, спрощені рішення для оцінки середніх значень границі витривалості $\bar{\sigma}_R$ та її стандартного відхилення S_{σ_R} подають у вигляді [6]:

$$\bar{\sigma}_R = \sigma_0 + d \left(\frac{\sum_{i=0}^k \dot{n}_i}{N} \pm 0,5 \right), \quad (3)$$

$$S_{\sigma_R} = 1,62 \left[\frac{N \sum_{i=0}^k i^2 n_i - \left(\sum_{i=0}^k i n_i \right)^2}{N^2} - 0,029 \right], \quad (4)$$

де σ_0 – найнижчий рівень напружень; p – кількість рівнів напружень; i – порядковий номер рівня напружень; n_i – кількість об'єктів, що зруйнувалися (не зруйнувалися) на i -тому рівні напружень; $N = \sum_{i=0}^k n_i$ – найменша кількість із загальної кількості зруйнованих і із загальної кількості об'єктів, що не зруйнувалися.

Знак «+» у формулі (3) ставиться в разі, коли кількість руйнувань перевищує кількість неруйнувань і навпаки.

Перед використанням рівняння (4) перевіряють дотримання умови $\frac{N \sum_{i=0}^k i^2 n_i - \left(\sum_{i=0}^k i n_i \right)^2}{N^2} > 0,3$. За недотримання цієї умови формула (4) призводить до значних похибок оцінки величини S_{σ_R} [6].

Розглянутий метод натепер є основним методом визначення границі витривалості та її розсіювання, тому оцінка його точності становить інтерес із погляду вдосконалення розрахункових методик.

Метою статті є дослідження точності методу визначення границі витривалості та її розсіювання за різних варіантів планування випробувань.

Виклад основного матеріалу. Як було зазначено вище, лінійна апроксимація рівнянь (1) і (2) може призвести до втрати точності під час оцінювання середньоїмовірного значення границі витривалості та її середньоквадратичного відхилення. Похибки цих величин визначають зіставленням розрахунків за формулами (1) і (2) з розрахунками за формулами (3) та (4). Цю похибку не можна вважати повною, оскільки вона не враховує похибки, пов'язані з режимами проведення експерименту. Зокрема, режими проведення випробувань можуть залежати від вибору початкового рівня напруження та перепаду напружень між рівнями. Для оцінки впливу цих чинників скористаємося моделюванням втомних випробувань деяких абстрактних об'єктів у кількості 30 штук, середньоїмовірна границя витривалості яких дорівнює 200 МПа. Задаємо також величину середньоквадратичного відхиленням границі витривалості, що дорівнює 15 МПа. За допомогою методу генерування випадкових чисел у програмному полі MS Excel розрахуємо нормально розподілені значення границі витривалості щодо його середньої величини, які представимо у вигляді варіаційного ряду (табл. 1).

Таблиця 1

Розрахункові значення границь витривалості σ_R , розподілені відповідно до нормального закону

Номер п/п	Границя витривалості σ_R , МПа	Номер п/п	Границя витривалості σ_R , МПа
1	169,35	16	198,99
2	170,78	17	200,26
3	173,45	18	200,48
4	177,39	19	200,64
5	177,48	20	202,71
6	177,67	21	204,39
7	187,18	22	204,95
8	188,69	23	205,44
9	189,29	24	206,32
10	189,76	25	208,98
11	190,00	26	209,70
12	190,16	27	210,36
13	192,17	28	220,84
14	192,76	29	225,98
15	196,28	30	227,68
Середнє значення σ_R , МПа			196,34

Для оцінки впливу режимів проведення випробувань приймемо значення перепаду між рівнями напружень $d = 2,5; 5,0; 7,5$ та $10,0$ МПа. Значення початкових рівнів напружень приймемо дискретними з урахуванням розсіювання границі витривалості в діапазоні $170\text{--}230$ МПа (через кожні 10 МПа). Результати розрахунку представлені в табл. 2.

Таблиця 2

Результати розрахунку границь витривалості σ_R та їх середньоквадратичних відхилень S_{σ_R} за різних значень d і σ_0

№	σ_0 , МПа	$d = 2,5$ МПа		$d = 5$ МПа		$d = 7,5$ МПа		$d = 10$ МПа	
		σ_R , МПа	S_{σ_R} , МПа	σ_R , МПа	S_{σ_R} , МПа	σ_R , МПа	S_{σ_R} , МПа	σ_R , МПа	S_{σ_R} , МПа
1	170	192,81	12,98	191,59	21,59	196,25	13,82	195,00	19,47
2	180	191,25	18,51	192,50	11,92	192,40	4,97	195,77	8,16
3	190	191,46	11,67	192,88	9,06	194,82	13,29	195,71	14,49
4	200	196,25	4,51	194,29	9,72	197,86	5,16	197,14	6,89
5	210	200,36	12,96	201,17	5,67	196,75	8,50	199,00	14,22
6	220	201,88	31,69	201,79	13,49	203,39	14,28	202,33	11,34
7	230	199,75	10,57	200,19	3,02	200,54	4,36	197,14	13,83
Середні знач.		196,25	14,70	196,34	10,64	197,43	9,20	197,44	12,63

Для наочності й аналізу отриманих даних представимо результати розрахунку у вигляді графіків (рис. 2 і 3).

Якщо перепад між рівнями напружень прийняти фіксованим, то результати розрахунку, наведені в табл. 2, можна подати у вигляді залежностей σ_R і S_{σ_R} від вибору початкового рівня навантаження (рис. 5, 6).

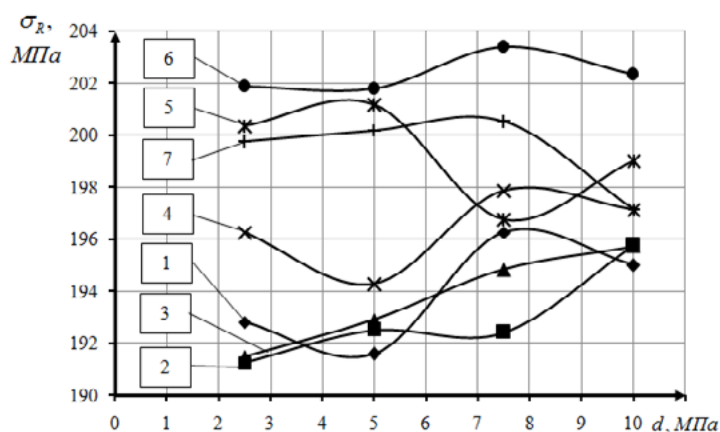


Рис. 3. Залежність границі витривалості σ_R від інтервалу напружень між рівнями d за фіксованих значень початкового рівня σ_0 (1 – $\sigma_0 = 170$ МПа; 2 – $\sigma_0 = 180$ МПа; 3 – $\sigma_0 = 190$ МПа; 4 – $\sigma_0 = 200$ МПа; 5 – $\sigma_0 = 210$ МПа; 6 – $\sigma_0 = 220$ МПа; 7 – $\sigma_0 = 230$ МПа)

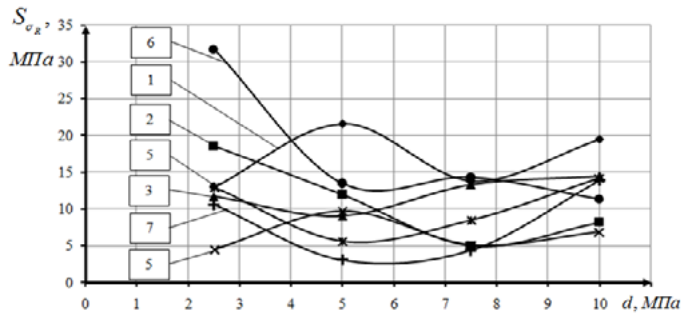


Рис. 4. Залежність середньоквадратичного відхилення S_{σ_R} від інтервалу напружень між рівнями d за фіксованих значень початкового рівня σ_0
(1 – $\sigma_0=170$ МПа; 2 – $\sigma_0=180$ МПа; 3 – $\sigma_0=190$ МПа;
4 – $\sigma_0=200$ МПа; 5 – $\sigma_0=210$ МПа; 6 – $\sigma_0=220$ МПа; 7 – $\sigma_0=230$ МПа)

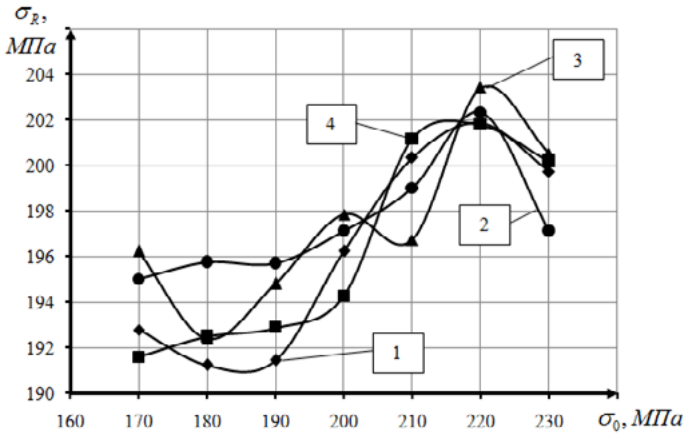


Рис. 5. Залежність границі витривалості σ_R від початкового рівня σ_0 за фіксованих значень перепаду напружень d
(1 – $d=2,5$ МПа; 2 – $d=5$ МПа; 3 – $d=7,5$ МПа; 4 – $d=10$ МПа)

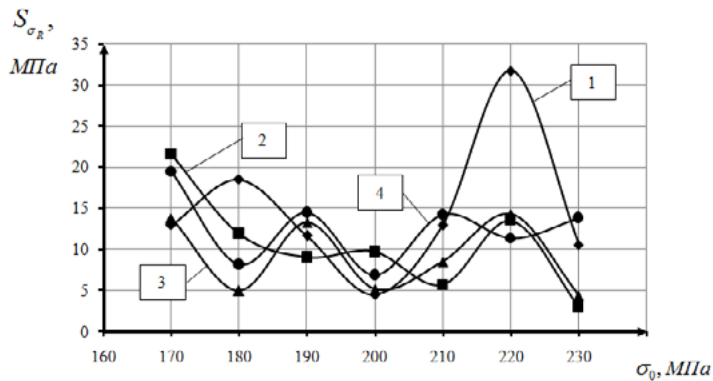


Рис. 6. Залежність середньоквадратичного відхилення S_{σ_R} від початкового рівня σ_0 за фіксованих значень перепаду напружень d
(1 – $d=2,5$ МПа; 2 – $d=5$ МПа; 3 – $d=7,5$ МПа; 4 – $d=10$ МПа)

Похибки оцінки границі витривалості S_{σ_R} та середньоквадратичного відхилення δ_S розраховуємо щодо середніх значень $\sigma_R = 196,34$ МПа та $S_{\sigma_R} = 15$ МПа (табл. 3).

Таблиця 3

Розрахункові значення σ_R , S_{σ_R} , їх похибок δ_{σ_R} і δ_S

σ_0 , МПа	σ_R , МПа	δ_{σ_R} , %	S_{σ_R} , МПа	δ_S , %
$d = 2,5$ МПа				
170,00	192,81	-1,80	12,98	-13,45
180,00	191,25	-2,59	18,51	23,42
190,00	191,46	-2,49	11,67	-22,22
200,00	196,25	-0,05	4,51	-69,93
210,00	200,36	2,05	12,96	-13,58
220,00	201,88	2,82	31,69	111,28
230,00	199,75	1,74	10,57	-29,50
Середні значення	196,25	-0,05	14,70	-2,00
$d = 5$ МПа				
170,00	191,59	-2,42	21,59	43,92
180,00	192,50	-1,96	11,92	-20,57
190,00	192,88	-1,76	9,06	-39,58
200,00	194,29	-1,05	9,72	-35,17
210,00	201,17	2,46	5,67	-62,21
220,00	201,79	2,77	13,49	-10,10
230,00	200,19	1,96	3,02	-79,84
Середні значення	196,34	0,00	10,64	-29,08
$d = 7,5$ МПа				
170,00	196,25	-0,05	13,82	-7,85
180,00	192,40	-2,00	4,97	-66,88
190,00	194,82	-0,77	13,29	-11,43
200,00	197,86	0,77	5,16	-65,57
210,00	196,75	0,21	8,50	-43,31
220,00	203,39	3,59	14,28	-4,82
230,00	200,54	2,14	4,36	-70,94
Середні значення	197,43	0,56	9,20	-38,69
$d = 10,0$ МПа				
170,00	195,00	-0,68	19,47	29,79
180,00	195,77	-0,29	8,16	-45,62
190,00	195,71	-0,32	14,49	-3,40
200,00	197,14	0,41	6,89	-54,09
210,00	199,00	1,35	14,22	-5,21
220,00	202,33	3,05	11,34	-24,41
230,00	197,14	0,41	13,83	-7,81
Середні значення	197,44	0,56	12,63	-15,82

Залежність похибок δ_{σ_R} і δ_S від початкового напруження σ_0 та перепаду між рівнями напружень d представлено на графіках (рис. 7–10).

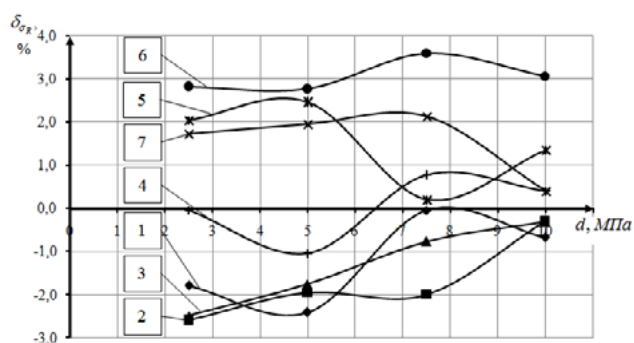


Рис. 7. Залежність похибки границі витривалості δ_{σ_R} від перепаду напружень d за фіксованих значень початкового рівня σ_0 (1 – $\sigma_0=170$ МПа; 2 – $\sigma_0=180$ МПа; 3 – $\sigma_0=190$ МПа; 4 – $\sigma_0=200$ МПа; 5 – $\sigma_0=210$ МПа; 6 – $\sigma_0=220$ МПа; 7 – $\sigma_0=230$ МПа)

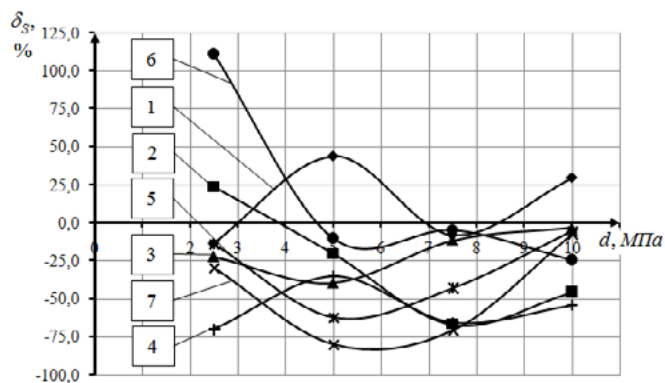


Рис. 8. Залежність похибки середньоквадратичного відхилення границі витривалості δ_S від перепаду напружень d за фіксованих значень початкового рівня σ_0 (1 – $\sigma_0=170$ МПа; 2 – $\sigma_0=180$ МПа; 3 – $\sigma_0=190$ МПа; 4 – $\sigma_0=200$ МПа; 5 – $\sigma_0=210$ МПа; 6 – $\sigma_0=220$ МПа; 7 – $\sigma_0=230$ МПа)

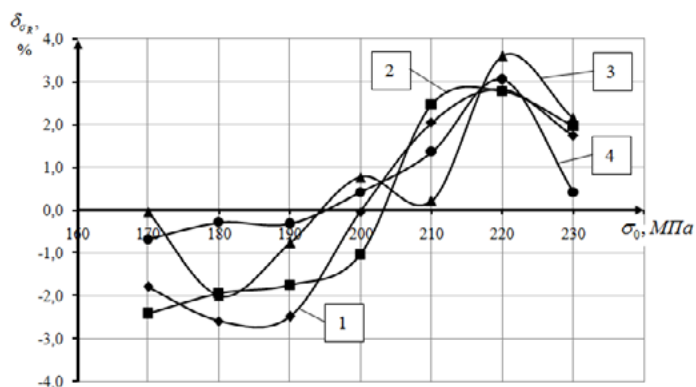


Рис. 9. Залежність похибки границі витривалості δ_{σ_R} від початкового рівня навантаження σ_0 за фіксованих значень d (1 – $d=2,5$ МПа; 2 – $d=5$ МПа; 3 – $d=7,5$ МПа; 4 – $d=10$ МПа)

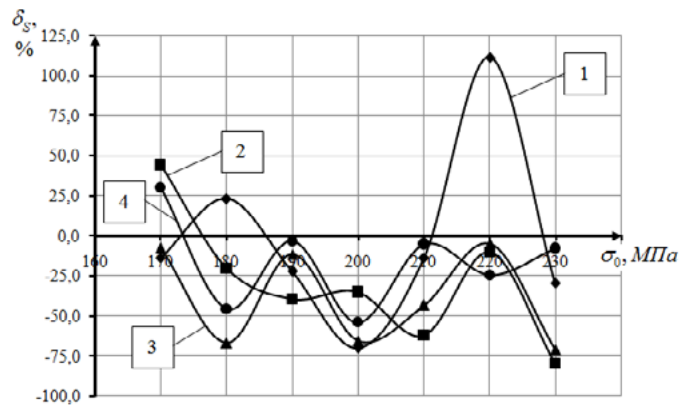


Рис. 10. Залежність похибки середньоквадратичного відхилення границі витривалості δ_s від початкового рівня навантаження σ_0 за фіксованих значень d (1 – $d = 2,5$ МПа; 2 – $d = 5$ МПа; 3 – $d = 7,5$ МПа; 4 – $d = 10$ МПа)

Висновки

1. Середньомовірні значення границь витривалості та їх середньоквадратичні відхилення, визначені за формулами (3) та (4), залежать як від початкового рівня навантаження, так і від перепаду напружень між рівнями.

2. Мінімальні значення похибок δ_{σ_r} мають місце в разі, коли початкове напруження близьке до очікуваної границі витривалості, а перепад напружень d мінімальний.

3. Похибки середньоквадратичного відхилення границі витривалості δ змінюються у границях, причому їх залежність від перепаду напружень і початкового рівня має стохастичний характер.

ЛІТЕРАТУРА

1. Олійник М.В. Однозразкове дослідне оцінювання опору втомі деталей. Одеса : Астропринт, 2005. 156 с.
2. Конструкційна міцність деталей за результатами випробувань та розрахунків / М.В. Олійник та ін. Одеса : Астропринт, 1999. 150 с.
3. Олійник Н.В., Скляр С.П. Прискорені випробування на втому. Київ : Наукова думка, 1985. 304 с.
4. Визначення опору втомі відновлених судових деталей / М.В. Олійник та ін. Одеса : Астропринт, 1998. 174 с.
5. Конструкційна міцність та відновлення деталей / М.В. Олійник та ін. Одеса : Астропринт, 1998. 174 с.
6. Степнов М.Н. Статистичні методи опрацювання результатів механічних випробувань : довідник. М. : Машинобудування, 1985. 232 с.
7. Вейбулл В. Втомні випробування та аналіз їх результатів. М. : Машинобудування, 1964. 276 с.
8. Порівняльна непряма оцінка границі витривалості деталей за результатами їх випробувань із зростаючим навантаженням / А.В. Конопльов та ін. Вісник Одеського національного морського університету. 2019. № 3 (60). С. 70–80. DOI: 10.33082/2226-1893-2019-3-70-80.

9. Оцінка точності одного методу прискореного визначення границі витривалості / А.В. Конопльов та ін. *Вісник Одеського національного морського університету*. 2021. № 3 (66). С. 22–30. DOI: 10.47049/2226-1893-2021-3-22-30.
10. Evaluation of the Random Error of the Methods of Accelerated Determination of the Endurance Limit / A. Konoplev et al. *Вісник Одеського національного морського університету*. 2022. № 1 (67). С. 53–61. DOI: 10.47049/2226-1893-2022-1-53-61.

REFERENCES

1. Oliynik, M.V. (2005). One-sample experimental assessment of fatigue resistance of parts [Odnorzazkove doslidne ocinuvannya oporu vtomi detalei]. Odesa: Astroprint [in Ukrainian].
2. Oliynik, M.V., Omelchenko, Y.M., Nemchuk, O.O. (1999). Structural strength of parts according to the results of tests and calculations [Konstrukciyna micnist' detaley za rezultatami viprobuvan' ta rozrahunkiv]. Odesa: Astroprint [in Ukrainian].
3. Oliynik, N.V., Sklyar, S.P. (1985). Accelerated Fatigue Tests [Priscoreni viprobuvannya na vtomu]. Kiev: Naukova dumka [in Ukrainian].
4. Oliynik, M.V., Stalnichenko, O.I., Shempur, M.A. (1985). Determination of fatigue resistance of restored ship parts [Viznachennya oporu vtomi vidnovlenih sudovih detalei]. Odesa: Astroprint [in Ukrainian].
5. Oliynik, M.V., Sevrukov, V.V., Stalnichenko, O.I. (1998). Structural strength and recovery of parts [Konstrukciyna micnist' ta vidnovlennya detaley]. Odesa: Astroprint [in Ukrainian].
6. Stepanov, M.N. (1985). Statistical methods for processing the results of mechanical tests [Statistichni metodi opracuvannya rezultativ mehanichnih viprobuvan]. Spravochik. Moscow: Mashinobuduvannya.
7. Veibull, V. (1964). Fatigue tests and analysis of their results [Vtomni viprobuvannya ta analiz yih rezultativ]. Moscow: Mashinobuduvannya.
8. Konoplev, A.V., Grechenko, P.Y., Cheredarchuk, N.Y., Galevsky, V.V., Sologub, V.O., Rozhko, E.K., Kononova, O.N. (2019). Comparative indirect estimation of endurance limits of parts based on the results of their tests with increasing load [Porivnyalna nepryama otsinka mezhi vytryvalosti detaley za rezultatamy yikh viprobuvan iz zrostayuchym navantazhennyam]. Bulletin of ONMU, 3 (60), 70–80. DOI: 10.33082/2226-1893-2019-3-70-80 [in Ukrainian].
9. Konoplev, A.V., Shumylo, O.M., Kononova, O.M., Cheredarchuk, N.I., Galevsky, V.V., Rozhko, O.K., Arpentyeva, V.O. (2021). Assessment of the accuracy of one method of accelerated determination of the endurance limit [Otsinka tochnosti odnoho metodu pryskorenoho vyznachennya mezhi vytryvalosti]. Bulletin of ONMU, 3 (66), 22–30. DOI: 10.47049/2226-1893-2021-3-22-30 [in Ukrainian].
10. Konoplev, A., Kibakov, O., Kononova, O., Dukre, L., Vovk, V. (2022). Evaluation of the Random Error of the Methods of Accelerated Determination of the Endurance Limit. Bulletin of ONMU, 1 (67), 53–61. DOI: 10.47049/2226-1893-2022-1-53-61 [in Ukrainian].