

РІЧКОВИЙ ТА МОРСЬКИЙ ТРАНСПОРТ

УДК 621.436.13: 519.651

DOI <https://doi.org/10.33082/td.2021.1-8.05>

АНАЛІТИЧНИЙ ОПИС ІНДИКАТОРНИХ ДІАГРАМ

Є.В. Білоусов¹, В.П. Савчук², Г.Я. Тулущенко³

¹к.т.н., доцент, доцент кафедри експлуатації суднових енергетичних установок,
Херсонська державна морська академія, Херсон, Україна,
ORCID ID: 0000-0001-8185-8209

²к.т.н., доцент, завідувач кафедри експлуатації суднових енергетичних установок,
Херсонська державна морська академія, Херсон, Україна,
ORCID ID: 0000-0002-5266-850X

³д.т.н., професор, професор кафедри вищої математики і математичного моделювання,
Херсонський національний технічний університет, Херсон, Україна,
ORCID ID: 0000-0002-6196-540X

Анотація

Вступ. Недоліком представлення індикаторних діаграм у системах моніторингу стану двигунів є подання їх за допомогою сплайнів. Структура поліномів, якими описуються ланки сплайнів, не відбиває закономірностей термодинаміки, механіки, хімічної кінетики та теплопередачі, за якими відбуваються відповідні процеси під час робочого циклу двигуна. **Мета.** Мета роботи – обґрунтувати структуру аналітичного опису індикаторної діаграми для малообертового дизельного двигуна (МОД) на основі кусково-неперервних функцій, розробити алгоритм апроксимації індикаторної діаграми кусково-неперервною функцією за допомогою інструментів пакета DirectSearch. **Результати.** Знаходження числових значень параметрів апроксимуючої функції здійснюється шляхом розв'язання задачі нелінійної умовної оптимізації за допомогою методу спряжених напрямів з ортогональним зсувом. Обробка тестових експериментальних залежностей показала можливість знаходження за індикаторною діаграмою показників фізичних та хімічних процесів робочого циклу двигуна (на прикладі МОД) із задовільною точністю. **Висновки.** Апроксимація індикаторних діаграм кусково-неперервними функціями, до складу яких входять функції, що мають фізичний та хімічний зміст, дає змогу проводити теоретичний аналіз якості робочих циклів двигунів. Запропоновану для апроксимації індикаторної діаграми функцію можна розглядати як напівлокальний апроксимуючий сплайн, ланки якого мають гладкість стикування порядку C_0 . Її окремі ланки описуються лінійними функціями, політропними функціями, функцією, яка є модифікованою похідною від функції Вібе, функцією, що моделює витік газу з резервуара в критичному режимі. Перспективи подальших досліджень пов'язані з підвищенням точності апроксимації за рахунок збільшення кількості ланок кусково-неперервної функції, що відповідає наближенню індикаторної діаграми більшою кількістю політропних кривих.

Це своєю чергою забезпечує більш адекватний опис індикаторної діаграми шляхом виділення ланок, на яких теплоємності робочого тіла можна вважати сталими або такими, що змінюються за поліноміальними залежностями.

Ключові слова: індикаторна діаграма, політропні криві, функція Вібе, апроксимація.

ANALYTICAL DESCRIPTION OF INDICATOR DIAGRAMS

Ie.V. Bilousov¹, V.P. Savchuk², H.Ya. Tuluchenko³

¹Ph.D. in Technology, Associate Professor,
Associate Professor at the Department of Vessel's Power Plants Operation,
Kherson State Maritime Academy, Kherson, Ukraine,
ORCID ID: 0000-0001-8185-8209

²Ph.D. in Technology, Associate Professor,
Head of the Department of Vessel's Power Plants Operation,
Kherson State Maritime Academy, Kherson, Ukraine,
ORCID ID: 0000-0002-5266-850X

³Doctor of Engineering Science, Professor,
Professor at the Department of Higher Mathematics and Mathematical Modelling,
Kherson National Technical University, Kherson, Ukraine,
ORCID ID: 0000-0002-6196-540X

Summary

Introduction. *The disadvantage of presenting indicator diagrams in engine condition monitoring systems is their representation using splines. The structure of polynomials, which describe the links of splines, does not reflect the laws of thermodynamics, mechanics, chemical kinetics and heat transfer, which are the corresponding processes during the operating cycle of the engine.* **Purpose.** *To substantiate the structure of the analytical description of the indicator diagram for a two-stroke diesel engine on the basis of piecewise continuous functions. Develop an algorithm for approximating the indicator diagram with a piecewise continuous function using the tools of the DirectSearch package.* **Results.** *Finding the numerical values of the parameters of the approximating function is carried out by solving the problem of nonlinear conditional optimization using the method of conjugate directions with orthogonal shift. Processing of test experimental dependences has shown the possibility of finding the indicators of physical and chemical processes of the engine cycle (on the example of a two-stroke diesel engine) with satisfactory accuracy according to the indicator diagram.* **Conclusions.** *Approximation of indicator diagrams by piecewise continuous functions, which include functions with physical and chemical content, allows for theoretical analysis of the quality of engine cycles. The function proposed for the approximation of the indicator diagram can be considered as a semi-local approximating spline, the links of which have a smooth connection of the order of C_0 . Its individual links are described by linear functions, polytropic functions, a function that is a modified derivative of the Vibe function, a function that simulates gas leakage from the tank in the critical mode. Prospects for further research are related to increasing the accuracy of the approximation by increasing the number of units of the piecewise function, which corresponds to the approximation of the indicator diagram with a larger number of*

polytropic curves. This, in turn, provides a more adequate description of the indicator chart by highlighting the links on which the heat capacity of the working fluid can be considered constant or varying in polynomial dependences.

Key words: *indicator diagram, polytropic curves, Vibe function, approximation.*

Вступ. Індикаторна діаграма наочно відображає основні характеристики робочого циклу двигуна. Візуалізація індикаторних діаграм передбачена в усіх сучасних системах діагностики двигунів внутрішнього згоряння (зокрема, двигунів морських суден) [1; 10; 12; 18; 20]. Наприклад, у системах діагностування: EMOS та Technical Diagnostic Laboratory [11], у спеціалізованому пакеті програм AVL FIRE від компанії AVL (Advanced Simulation Technologies) [22; 25], в програмному модулі WPREMET, який постачається разом системою оптимізації впорскування палива LEMAG PREMET® C [19]. До складу програмного забезпечення морського симулятор Unitest входить Diesel Engine Tester, який також виконує візуалізацію індикаторних діаграм [11; 24].

Постановка проблеми. Спільним недоліком представлення індикаторних діаграм у цих системах є подання їх за допомогою сплайнів. Форма графіку індикаторної діаграми визначається в результаті взаємодії багатьох закономірностей термодинаміки, механіки, хімічної кінетики, теплопередачі [3]. Але коефіцієнти поліномів, що використовуються для опису ланок сплайнів, не несуть інформації про характеристики процесів стискування, розширення, згоряння, теплообміну, які відбуваються під час робочого циклу двигуна. Тому теоретичне дослідження впливу окремих факторів на показники робочого циклу на підставі сплайнової інтерполяції індикаторної діаграми не виявляється можливим.

Отже, актуальним є дослідження можливостей аналітичного опису індикаторної діаграми за допомогою рівнянь складених кривих, ланки яких відповідають фазам робочого циклу двигуна. Структура цих рівнянь має відбивати згадувані вище закономірності термодинаміки, механіки, хімічної кінетики та теплопередачі.

Оскільки ці рівняння є нелінійними і також наперед невідомими, є координати точок стикування ланок складеної кривої, що апроксимує експериментальну індикаторну діаграму, тому задача встановлення числових значень параметрів рівнянь є складною задачею багатопараметричної нелінійної умовної оптимізації. Формування алгоритмів її розв'язання на підставі використання можливостей сучасних систем комп'ютерної математики має велике прикладне значення.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Лінії стискування та розширення індикаторної діаграми найбільш часто моделюють за допомогою рівнянь політроп зі сталими показниками степенів [3, с. 92–93]. Наприклад, політропа стиснення описується рівнянням:

$$p(\alpha) = p_a \left(\frac{v_a}{v(\alpha)} \right)^{n_{Comp}}, \quad (1)$$

де p_a – тиск робочого тіла на початку процесу стиснення; v_a – питомий об'єм робочого тіла в той же момент часу; n_{Comp} – сталий показник політропи; $p(\alpha)$ та $v(\alpha)$ – поточні значення тиску та питомого об'єму робочого тіла залежно від кута повороту колінчастого валу.

Сталий показник ступеня політропи (1) є суттєвим спрощенням реальної залежності тиску від питомого об'єму робочого тіла. Закон зміни показника ступеня політропи стиснення (або розширення) в кожному випадку може бути встановлений експериментально. У літературі зустрічається узагальнення формули (1) в двох напрямках. У роботі [23] використовується політропа з показником ступеня, який виражається поліномом третього степеня.

У роботі [6] запропоновано відкриту індикаторну діаграму робочого циклу двигуна Стірлінга розбивати на 8 ділянок, на кожній з яких для апроксимації використовувати політропну залежність зі сталими показниками степенів. Відносна похибка наближення експериментальної індикаторної діаграми, яка досліджується в роботі [6], становить 2,0%. Апроксимація тієї ж залежності за допомогою шести послідовних політроп підвищує похибку до 3,3%.

Власне процес згоряння палива моделюється за допомогою функції Вібе [13]. У роботі [17] для моделювання процесу згоряння палива в дизельному двигуні використовується подвійна функція Вібе.

У роботі [15] для моделювання залежності тиску на лінії стискування використовується рівняння політропи зі сталим показником ступеня. Тиск у період згоряння палива p_{Comb} пропонується описувати залежністю:

$$p_{Comb} = (1 - f_{Wiebe}) \cdot p_{Comp} + f_{Wiebe} \cdot p_{Exp},$$

де p_{Comp} – тиск на лінії стискування; p_{Exp} – тиск на лінії розширення; f_{Wiebe} – функція Вібе.

На думку авторів статті [15], побудована ними модель добре узгоджується з експериментальними даними. З таким твердженням важко погодитися, оскільки на ділянках, які відповідають періоду відкритого стану випускних органів, відносна похибка наближення сягає 45%.

У великій частині опублікованих робіт має місце апроксимація тільки окремої частини індикаторної діаграми, яка цікавить дослідника [21]. У роботі [7] використовується поліноміальна апроксимація окремих ділянок індикаторної діаграми. У роботі [2] запропоновано для ділянки індикаторної діаграми в околі верхньої мертвої точки використовувати лінійну апроксимацію, а швидкість зміни тиску в околі тієї ж точки – апроксимувати синусоїдальною залежністю.

Інша частина публікацій, на які спирається дане дослідження, стосується реалізацій методів нелінійної умовної оптимізації в системах комп'ютерної математики (СКМ).

Авторами для проведення досліджень використовувалася СКМ Maple та сумісний із нею пакет спеціального призначення DirectSearch. Апроксимація експериментальних залежностей нелінійними функціями в СКМ Maple здійснюється за допомогою команди NLPSolve пакету Optimization або команди NonlinearFit пакету Statistics. Методи умовної нелінійної оптимізації, які використовуються при виконанні цих команд, розроблені фахівцями компанії Numerical Algorithms Group (NAG). Названі методи є ітераційними за своєю природою, і вимагають від користувача вибору початкової точки. Серед цих методів тільки один орієнтований на розв'язання довільних нелінійних задач оптимізації з обмеженнями або без них – метод послідовного квадратичного програмування.

Пакет DirectSearch з'явився у 2011 р. У ньому реалізований універсальний метод оптимізації CDOS (Conjugate Direction with Orthogonal Shift). Метод використовує спряжені напрямки разом з ортогональним зсувом [8].

Функція DataFit пакету DirectSearch призначена для знаходження параметрів функції, за допомогою якої виконується апроксимація експериментальних даних [8]. Апроксимація може бути здійснена одним із восьми методів, які відрізняються функціями для оцінки точності виконуваного наближення. Для розв'язання власне задач мінімізації похибки наближення застосовується метод CDOS.

Формулювання цілей статті. Мета роботи – обґрунтувати структуру аналітичного опису індикаторної діаграми для МОД на основі кусково-неперервних функцій, розробити алгоритм апроксимації індикаторної діаграми кусково-неперервною функцією за допомогою інструментів пакета DirectSearch.

Виклад основного матеріалу. Для апроксимації індикаторної кривої кусково-неперервною функцією розіб'ємо відрізок зміни кута повороту колінчастого валу $\alpha \in [\alpha_0; \alpha_0 + 2\pi]$ на частини, які відповідають фазам робочого циклу двотактного дизельного двигуна: α_0 – кут початку моніторингу тиску; α_1 – кут закриття випускного клапана; α_2 – кут початку видимого горіння палива; α_3 – кут кінця видимого горіння палива; α_4 – кут відкриття випускного клапана; α_5 – кут усталення тиску в циліндрі.

Очевидно, що моніторинг зміни тиску починаються в момент, коли продувне вікно є відкритим та $\alpha_0 < \alpha_1 < \alpha_2 < \alpha_3 < \alpha_4 < \alpha_0 + 2\pi$.

На ділянці $[\alpha_0; \alpha_1]$ тиск у камері згоряння наближено будемо вважати постійним:

$$p_1(\alpha) \approx K_1, \quad (2)$$

де $\alpha \in [\alpha_0; \alpha_1]$; $K_1 = const$.

До моменту займання суміші процес зміни тиску в циліндрі вважається політропним [3]. Як вже зазначалося, реальний процес стиснення описується політропною кривою зі змінним показником, який для судових ДВЗ змінюється від значення 1,5 на початку стиснення до значення 1,1 у верхній «мертвій» точці (ВМТ) [4]. У першому наближенні будемо вважати, що показник ступеня політропи стиснення n може бути описаний поліноміальною залежністю відносно питомого об'єму робочого тіла $v(\alpha)$:

$$n(v(\alpha)) = \sum_{i=0}^N n_i (v(\alpha))^i, \quad (3)$$

де $n_i \in R$ – шукані параметри; N – степінь полінома.

Тоді на ділянці $[\alpha_1; \alpha_2]$ залежність тиску робочого тіла від кута повороту колінчастого валу може бути наближена політропною функцією виду:

$$p_2(\alpha) = p_a \left(\frac{v_a}{v(\alpha)} \right)^{n_{compress}(v(\alpha))}, \quad (4)$$

де p_a та v_a – тиск та питомий об'єм робочого тіла в точці закриття випускного клапана; $v(\alpha) = \frac{v_a}{\varepsilon} \cdot \psi(\alpha)$; $\psi(\alpha) = 1 + \frac{\varepsilon - 1}{2} \sigma(\alpha)$; ε – ступінь стискування;

$$\sigma(\alpha) = \left(1 + \frac{1}{\lambda}\right) - \left(\cos(\alpha_0 + \pi - \alpha) + \frac{1}{\lambda} \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2(\alpha_0 + \pi - \alpha)}\right); \quad \lambda = r/L \quad - \text{відно-}$$

шення радіусу кривошипа до довжини шатуна L .

Функція $\sigma(\alpha)$ є кінематичною функцією ходу поршня. Вона наведена у скоригованому вигляді, який забезпечує відповідність верхньої «мертвої» точки індикаторної діаграми куту повороту колінчастого валу $\alpha = \alpha_0 + \pi$.

Для збереження загального підходу до позначення шуканих параметрів в апроксимуючій функції залежність (4) перепишемо у вигляді:

$$p_2(\alpha) = K_2 \left(\frac{K_3}{v(\alpha)} \right)^{n_{\text{Compress}}(v(\alpha))}, \quad (5)$$

де $K_2, K_3 \in R$ – шукані параметри; $n_{\text{Compress}}(v(\alpha))$ – поліном відносно функції $v(\alpha)$ з невідомими коефіцієнтами.

У роботі [3, с. 112] виведена залежність тиску робочого тіла в період згоряння палива, в якій задіяні функції залежать від часу згоряння $t \in [0; t_z]$:

$$p_3(t) = \frac{k-1}{A} \cdot \frac{q_z}{v^k(t)} \int \left(v^{k-1}(t) \cdot \frac{dx(t)}{dv(t)} \right) dv(t) + \frac{C_3}{v^k(t)}, \quad (6)$$

де $k = \frac{c_p}{c_v}$ – відношення теплоємностей робочого тіла; $A = \frac{c_p - c_v}{R}$; c_v – теплоємність робочого тіла при постійному об'ємі; c_p – теплоємність робочого тіла при постійному тиску; $R \approx 8.3 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ – універсальна газова стала; $\frac{dx}{dv(\alpha)}$ – швидкість згоряння палива за об'ємом; q_z – загальна питома використана теплота згоряння палива.

Частка палива x , яка згоріла до моменту часу t , описується залежністю [3, с. 49]

$$x(t) = 1 - \exp \left(C \cdot \left(\frac{t}{t_z} \right)^{m+1} \right), \quad (7)$$

де m – показник характеру згоряння палива; t – час згоряння палива; t_z – умовна тривалість згоряння палива; $C = \ln(1 - x_z)$; x_z – частка палива, яка згоріла до моменту практичного закінчення процесу горіння.

Час може бути перерахований через кут повороту колінчастого валу:

$$t = \frac{\alpha - \alpha_2}{2\pi n}, \quad (7)$$

де n – число обертів колінчастого валу за секунду [3, с. 49].

Після переходу від часової змінної t до змінної кута повороту колінчастого валу α залежність (6) набуває вигляду:

$$p_3(\alpha) = \frac{k-1}{A} \cdot \frac{\varepsilon}{v_a} \cdot \frac{q_z}{\varphi_z} \cdot \frac{1}{\psi^k(\alpha)} \cdot \int_{\alpha_2}^{\alpha} (\psi^{k-1}(\alpha) \cdot w_0(\alpha - \alpha_2)) d\alpha + p_y \left(\frac{v_y}{v(\alpha)} \right)^k, \quad (8)$$

де $w_0(\alpha - \alpha_2) = \frac{dx(t)}{d\left(\frac{t}{t_z}\right)} = \frac{dx(\alpha - \alpha_2)}{d\left(\frac{\alpha - \alpha_2}{\varphi_z}\right)}$; φ_z – кут повороту колінчастого валу за час

горіння палива; p_y та v_y – тиск та питомий об'єм робочого тіла на початку процесу згоряння палива.

Очевидно, що значення тиску в робочому тілі в період згоряння палива складається з двох доданків, які визначаються двома процесами, що відбуваються одночасно. Доданок $p_y \cdot \left(\frac{v_y}{v(\alpha)}\right)^k$ у формулі (8) є політропною залежністю тиску від питомого об'єму робочого тіла, тобто визначається фізичними чинниками робочого циклу.

Перший доданок у формулі (8) описує додатковий тиск, який виникає внаслідок згоряння палива. Записаний у формулі (8) інтеграл не обчислюється аналітично [3, с. 114].

Запропонуємо формулу для його наближення та покажемо її працездатність при обробці експериментальних даних. Оскільки період згоряння палива є нетривалим, застосуємо для наближення досліджуваного інтеграла формулу прямокутників, причому використаємо тільки один прямокутник:

$$\int_{\alpha_2}^{\alpha} (\psi^{k-1}(\alpha) \cdot w_0(\alpha - \alpha_2)) d\alpha \approx (\alpha - \alpha_2) \cdot \psi^{k-1}(\alpha) \cdot w_0(\alpha - \alpha_2). \quad (9)$$

Припустимість такого наближення підтверджується відомим фактом із теорії горіння [3, с. 179], що швидкість зміни тиску пропорційна прискоренню згоряння.

Вираз швидкості згоряння палива з урахуванням формули (7) та зроблених вище позначень має вигляд:

$$w_0(\alpha - \alpha_2) = -C \cdot (m+1) \cdot \varphi_z \cdot \left(\frac{\alpha - \alpha_2}{\varphi_z}\right)^m \cdot \exp\left(C \cdot \left(\frac{\alpha - \alpha_2}{\varphi_z}\right)^{m+1}\right).$$

Тоді наближене значення інтеграла (9) запишеться так:

$$\begin{aligned} & \int_{\alpha_2}^{\alpha} (\psi^{k-1}(\alpha) \cdot w_0(\alpha - \alpha_2)) d\alpha \approx \\ & \approx -C \cdot (m+1) \cdot \frac{\psi^{k-1}(\alpha)}{\varphi_z^{m-1}} \cdot (\alpha - \alpha_2)^{m+1} \cdot \exp\left(C \cdot \left(\frac{\alpha - \alpha_2}{\varphi_z}\right)^{m+1}\right). \end{aligned}$$

Тиск у робочому тілі в період згоряння палива наближено дорівнює:

$$p_3(\alpha) \approx -\frac{k-1}{A} \cdot \frac{\varepsilon}{v_a} \cdot \frac{q_z}{\varphi_z^m} \cdot \frac{1}{\psi(\alpha)} \cdot C \cdot (m+1) \cdot (\alpha - \alpha_2)^{m+1} \times \\ \times \exp\left(C \cdot \left(\frac{\alpha - \alpha_2}{\varphi_z}\right)^{m+1}\right) + p_y \left(\frac{v_y}{v(\alpha)}\right)^k. \quad (10)$$

Оскільки значення окремих множників у добутках, які присутні в аналітичних залежностях, не можуть бути встановлені при апроксимації експериментальних залежностей, тому перепишемо формулу (10) в нових позначеннях:

$$p_3(\alpha) \approx \frac{K_4}{\psi(\alpha)} \cdot (\alpha - \alpha_2)^{m+1} \cdot \exp(K_5 \cdot (\alpha - \alpha_2)^{m+1}) + K_6 \left(\frac{K_7}{v(\alpha)}\right)^{k(v(\alpha))}, \quad (11)$$

$$\text{де } K_4 = -\frac{k-1}{A} \cdot \frac{\varepsilon}{v_a} \cdot \frac{q_z}{\varphi_z^m} \cdot C \cdot (m+1); \quad K_5 = \frac{C}{\varphi_z^{m+1}}; \quad K_6 = p_y; \quad K_7 = v_y.$$

У формулі (11) сталий показник політропи k також замінений поліноміальною залежністю $k(v(\alpha))$ відносно питомого об'єму робочого тіла $v(\alpha)$ аналогічно до формули (2).

Недоліком наближеної формули (11) є те, що перший доданок обертається на нуль, тільки, коли $\alpha \rightarrow \infty$:

$$\lim_{\alpha \rightarrow \infty} \frac{K_4}{\psi(\alpha)} \cdot (\alpha - \alpha_2)^{m+1} \cdot \exp(K_5 \cdot (\alpha - \alpha_2)^{m+1}) = 0,$$

оскільки за хімічним змістом задачі $K_5 < 0$.

Для забезпечення вимоги, що в точці $\alpha = \alpha_3$ процес згоряння палива завершується і його безпосередній вплив на тиск у робочому тілі також, помножимо перший доданок у формулі (11) на вираз $(\alpha_3 - \alpha)^{\beta_2}$, $\beta_2 \in R$. Ця дія не порушує вимог до функції, що описує швидкість хімічної реакції, зокрема, існування в неї максимуму в точці на відрізку $[\alpha_2; \alpha_3]$.

Також для покращення апроксимаційних властивостей функції (11) замінимо показник ступеня множника $(\alpha - \alpha_2)^{m+1}$ на довільний і не пов'язаний із показником аргументу експоненціальної функції $\exp(K_5 \cdot (\alpha - \alpha_2)^{m+1})$.

Таким чином, отримуємо таку модель для опису тиску в робочому тілі під час згоряння палива:

$$p_3(\alpha) \approx \frac{K_4}{\psi(\alpha)} \times (\alpha - \alpha_2)^{\beta_1} \times (\alpha_3 - \alpha)^{\beta_2} \times \\ \times \exp(K_5 \times (\alpha - \alpha_2)^{m+1}) + K_6 \left(\frac{K_7}{v(\alpha)}\right)^{k(v(\alpha))}, \quad (12)$$

де $\beta_1, \beta_2 \in R$.

Аналогічно до процесу «чистого» стиснення (формула (4)) залежність тиску робочого тіла від кута повороту колінчастого валу під час «чистого» розширення $[\alpha_3; \alpha_4]$ може бути наближена політропною функцією виду:

$$p_4(\alpha) = p_z \left(\frac{v_z}{v(\alpha)} \right)^{n_{Expansion}(v(\alpha))},$$

де p_z та v_z – тиск та питомий об'єм робочого тіла в точці завершення горіння палива; $n_{Expansion}(v(\alpha))$ – поліном виду (3).

Відповідна апроксимуюча функція має таку структуру:

$$p_4(\alpha) = K_8 \left(\frac{K_9}{v(\alpha)} \right)^{n_{Expansion}(v(\alpha))}, \quad (13)$$

де $K_8, K_9, \in R$ – шукані параметри; $n_{Expansion}(v(\alpha))$ – поліном відносно функції $v(\alpha)$ з невідомими коефіцієнтами.

Після відкриття випускного клапана зменшення тиску в робочому тілі продовжується за рахунок розширення його об'єму, а також за рахунок витікання газової суміші. Задача розрахунку тиску за таких умов відповідає класичній задачі термодинаміки про витік газу з резервуара з обмеженим змінним об'ємом через отвір змінного перерізу [5, с. 261–262]. Ця задача зводиться до диференціального рівняння, яке може бути розв'язане лише наближеними методами, коли відомі залежності зміни об'єму резервуара та площі перерізу отвору витоку. У той же час попередній аналіз типових індикаторних діаграм дає змогу зробити припущення, що експериментальна залежність може бути наближена функцією виду:

$$p_5(\alpha) = \frac{K_{10}}{(K_{11}(\alpha - \alpha_4) + 1)^{\beta_3}}, \quad (14)$$

де $K_{10}, K_{11}, \beta_3 \in R$ – шукані параметри.

Формула (14) відповідає спрощенням стосовно того, що зменшення тиску в циліндрі внаслідок руху поршня є суттєво меншим порівняно зі зменшенням тиску внаслідок витоку газів, випускний клапан відкривається миттєво, має місце критичний режим витоку газів. За фізичним змістом параметр K_{10} дорівнює тиску робочого тіла в момент відкриття випускного клапану, тобто коли $\alpha = \alpha_4$.

Після усталення тиску в циліндрі на відрізьку $[\alpha_5; \alpha_0 + 2\pi]$ функція, що описує його значення, є константою:

$$p_6(\alpha) = K_1, \quad (15)$$

Індикаторну криву будемо наближувати за допомогою кусково-неперервної функції виду:

$$p(\alpha) = \begin{cases} p_1(\alpha), & \alpha_0 \leq \alpha \leq \alpha_1; \\ p_2(\alpha), & \alpha_1 \leq \alpha \leq \alpha_2; \\ p_3(\alpha), & \alpha_2 \leq \alpha \leq \alpha_3; \\ p_4(\alpha), & \alpha_3 \leq \alpha \leq \alpha_4; \\ p_5(\alpha), & \alpha_4 \leq \alpha \leq \alpha_5; \\ p_6(\alpha), & \alpha_5 \leq \alpha \leq \alpha_0 + 2\pi; \end{cases} \quad (16)$$

де функції $p_i(\alpha)$, $i = \overline{1;6}$, задаються формулами в порядку зростання індексів: (2), (5), (12), (13), (14), (15).

Передбачається виконання вимоги гладкості стикування ланок кусково-неперервної функції (17) порядку C_0 .

Тестовий приклад. За допомогою функції (16) та всіх її складників виконаємо апроксимацію індикаторної діаграми, яка наведена в монографії [16, с. 17]. Графічне зображення індикаторної діаграми оцифроване за допомогою програми Graph2Digit [14].

Для знаходження числових значень параметрів апроксимуючої функції (16) застосуємо функцію DataFit пакету DirectSearch [8]. Апроксимація може бути виконана одним із восьми методів, які відрізняються функціями для оцінки точності виконаного наближення. Для розв'язання власне задач мінімізації похибки наближення застосовується метод лінійного пошуку CDOS (Conjugate Direction with Orthogonal Shift), який використовує спряжені напрямки з ортогональним зсувом.

Як відомо, розв'язання задачі нелінійної оптимізації вимагає завдання початкових значень шуканих параметрів. Вкажемо рекомендації для їх встановлення.

Для виконання розрахунків геометричні параметри кривошипно-шатунного механізму запозичені з роботи [9]. Їх використання зумовлене збігом моделі двигуна, який досліджується в роботах [16] та [9], а саме досліджується судновий МОД моделі 12K98MC виробництва фірми MAN B&W.

Початкові значення параметрів $K_1, K_2, K_6, K_8, K_{10}$ наближено визначаються за індикаторною діаграмою, оскільки безпосередньо дорівнюють значенню тиску у відповідні моменти робочого циклу.

Початкові значення параметрів α_i , $i = \overline{1;6}$, також наближено визначаються за індикаторною діаграмою, оскільки відповідають кутам повороту колінчастого валу, при яких починаються відповідні фази робочого процесу. Доцільно покласти $\alpha_0 = 0$, тобто вважати, що синхронізація в процесі переходу від експериментальної залежності тиску від часу до залежності тиску від кута повороту колінчастого валу відбулася без похибок.

Початкові значення параметрів при старших степенях у поліномах $n(v(\alpha))$ доцільно покласти рівними нулю, що відповідає умові політропності процесів «чистого» стискування та розширення.

Із міркувань хімічної кінетики та зроблених вище припущень також доцільно покласти $m = 1$, $\beta_1 = m + 1$, $\beta_2 = 1$.

Початкові значення інших параметрів потребують попереднього обчислення за формулами наведеними по тексту статті з урахуванням типових показників для цього двигуна.

На рис. 1 показаний результат апроксимації індикаторної діаграми при оцінці похибки наближення в середньому квадратичному. Похибка апроксимації є меншою за 5%.

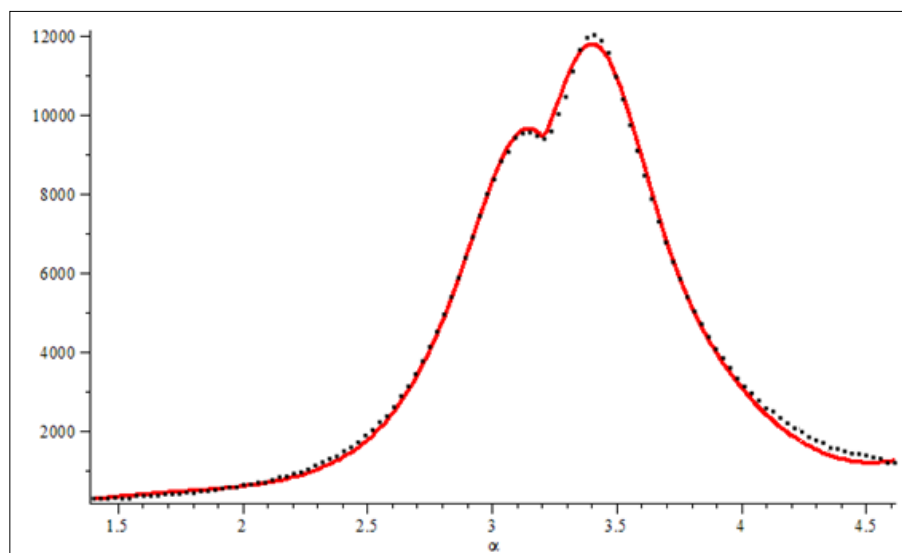


Рис. 1. Апроксимація індикаторної діаграми залежністю (16)

За експериментальними даними з рис. 1 (літературне джерело [16]) отримані такі координати граничних точок фаз робочого циклу двотактного дизельного двигуна: $\alpha_0 \approx 0,01$ (рад); $\alpha_1 \approx 1,11$ (рад); $\alpha_2 \approx 3,24$ (рад); $\alpha_3 \approx 3,69$ (рад); $\alpha_4 \approx 4,51$ (рад); $\alpha_5 \approx 5,40$ (рад).

Враховуючи громіздкість функцій, які входять до складу формули (16), наведемо для прикладу отримані числові значення коефіцієнтів частини з них. Функція фази сталого тиску $p_1(\alpha)$ має коефіцієнт $K_1 \approx 272,81$. Політропа чистого стиснення $p_2(\alpha)$ має коефіцієнти: $K_2 \approx 311,79$; $K_3 \approx 1,42$; $N_1 \approx -0,58$; $N_2 \approx 1,63$. Функція, що описує фазу видимого згоряння палива $p_3(\alpha)$, має коефіцієнти: $K_4 \approx 1,21$; $K_5 \approx -6,59$; $K_6 \approx 9301,76$; $\beta_1 \approx 1,13$; $\beta_2 \approx 0,90$; $m \approx 1,60$; $k \approx 0,29$.

Висновки. Запропонована модель апроксимуючої функції (16), включаючи формули (2), (5), (12), (13), (14), (15), дає змогу за експериментальними даними знаходити частину показників (або їх сполучень) термодинамічних та хімічних процесів робочого циклу двигуна. Зокрема, вона дозволяє знаходити кути повороту колінчастого валу, при яких відбуваються якісні зміни в перебігу процесів робочого циклу двигуна. Функцію (16) можна розглядати як напівлокальний апроксимуючий сплайн, ланки якого мають гладкість стикування порядку C_0 .

Перспективи подальших досліджень пов'язані з підвищенням точності апроксимації за рахунок збільшення кількості ланок кусково-неперервної функції, що відповідає наближенню індикаторної діаграми більшою кількістю політропних кривих. Це своєю чергою забезпечує більш адекватний опис індикаторної діаграми шляхом виділення ланок, на яких теплоємності робочого тіла можна вважати сталими або такими, що змінюються за поліноміальними залежностями.

Запропонована залежність також може використовуватися в задачах визначення положення верхньої мертвої точки поршня при синхронізації експериментальних даних, які отримані під час моніторингу робочого процесу дизельних двигунів.

ЛІТЕРАТУРА

1. Валишин А. Результаты разработки и тестовых испытаний диагностической системы оценки качества внутрицилиндровых процессов дизеля. *Zeszyty Naukowe*. 2013. № 34 (106). С. 85–90.
2. Варбанец Р.А., Залож В.И., Тарасенко Т.В., Белоусова Т.П., Ерыганов А.В. Метод аналитической синхронизации данных мониторинга рабочего процесса транспортных дизелей в эксплуатации. *Авіаційно-космічна техніка і технологія*. 2020. № 7(167). С. 118–128. DOI: 10.32620/akt.2020.7.17
3. Вибе И.И. Новое о рабочем цикле двигателей. Москва : МАШГИЗ, 1962. 270 с.
4. Возницкий И.В., Пунда А.С. Судовые двигатели внутреннего сгорания. Т. 2. Москва : МОРКНИГА, 2008. 470 с.
5. Крутов В.И. Техническая термодинамика. Москва : Высшая школа, 1981. 439 с.
6. Кукис В.С., Романов В.А., Рыбалко А.И., Постол Ю.А. О возможной аппроксимации рабочего цикла двигателя Стирлинга. *Двигатели внутреннего сгорания*. 2010. № 2. С. 18–22.
7. Лозня С.В., Пустовой С.А. Аппаратно-программные средства для разработки и оптимизации управления ДВС с искровым зажиганием. *Авиационно-космическая техника и технология*. 2014. № 10(117). С. 123–129.
8. Моисеев С.Н. Универсальный метод оптимизации без использования производных с квадратичной сходимостью. Воронеж, 2011. URL: <http://www.twirpx.com/file/1534928/>
9. Савчук В.П., Белоусов Е.В., Самарин А.Е., Симагин А.Ф. Обеспечение надежности головных подшипников судовых малооборотных двигателей, работающих на режимах частичных нагрузок. *Вестник двигателестроения*. 2018. № 2. С. 21–27.
10. Charchalis A. Complex Measurement System for Enhancement of Capability for Marine Engines Diagnostics. *International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation*. 2013. Vol. 7. № 3. P. 415–420. DOI: 10.12716/1001.07.03.14
11. Charchalis A. Diagnostic and Measurement System for Marine Engines. *WSEAS TRANSACTIONS on SYSTEMS and CONTROL*. 2020. Vol. 15. P. 349–355. DOI: 10.37394/23203.2020.15.36
12. Gerasimos Theotokatos, Cong Guanb, Hui Chenb, Iraklis Lazakisa. Development of an Extended Mean Value Engine Model for Predicting the Marine Two-Stroke Engine Operation at Varying Settings. *Energy*. 2018. Vol. 143. Issue C. P. 533–545. DOI: 10.1016/j.energy.2017.10.138

13. Ghojel J.I. Review of the Development and Applications of the Wiebe Function: a Tribute to the Contribution of Ivan Wiebe to Engine Research. *International Journal Engine Research*. 2010. Vol. 11. Issue 4. P. 297–312. DOI: 10.1243/14680874JER06510
14. Graph2Digit 0.7.1b. URL: <http://plsoft.su/digitizer.html>
15. Haosheng Shen H., Jundong Zhang, Baicheng Yang and Baozhu Jia. Development of a Marine Two-Stroke Diesel Engine MVEM with In-Cylinder Pressure Trace Predictive Capability and a Novel Compressor Model. *Journal of Marine Science Engineering*. 2020. Vol. 8. Issue 204. 33 p. DOI: 10.3390/jmse8030204
16. Johnsson, J.-H.M., Saldh, J. Analysing the Effects Variable Injection and Exhaust Valve Timing Have on a Two-Stroke Diesel Engine. Gothenburg: Chalmers University of Technology, 2018.
17. Kamaltdinov V.G., Lysov I.O., Nikiforov S.S. Diesel Engine Operating Cycle Optimization with Simulation of Combustion Process by Double-Wiebe Function. *Procedia Engineering*. 2015. № 129. P. 873–878.
18. Krakowski R. Diagnosis Modern Systems of Marine Diesel Engine. *Journal of KONES Powertrain and Transport*. 2014. Vol. 21. № 3. P. 191–198. DOI: 10.5604/12314005.1133203
19. LEMAG PREMETS® C. URL: <https://www.cmtechnologies.de/en/products-en/performance-and-efficiency-monitoring/premet-c.html>
20. Łosiewicz Zbigniew. Use Assessment of Modern Diagnostic Systems of Internal Marine Combustion Engines at the Support Phase of Exploitation Decisions in the Aspect of Economic Criteria. *Journal of Polish CIMAC*. 2010. Vol. 5. № 2. P. 121–130.
21. Piedrahita C.A.R., Riaza H.F.Q. Prediction of In-Cylinder Pressure, Temperature, and Loads Related to the Crank Slider Mechanism of I. C. Engines: A Computational Model. *SAE Technical Paper*. 2003. Issue 2003-01-0728. DOI: 10.4271/2003-01-0728
22. Pielecha I., Merksiz J. Optimizing the Shape of a Compression-Ignition Engine Combustion Chamber by Using Simulation Tests. *Polish Maritime Research*. 2019. Vol. 26. № 3 (103). P. 138–146. DOI: 10.2478/pomr-2019-0054
23. Polanowski S. Determination of location of Top Dead Centre and Compression Ratio Value on the Basis of Ship Engine Indicator Diagram. *POLISH MARITIME RESEARCH*. 2008. Vol. 15. № 2(56). P. 59–64. DOI: 10.2478/v10012-007-0065-2
24. Unitest Marine Simulators. URL: <https://www.unitest.pl/>
25. Yongming Feng, Haiyan Wang, Ruifeng Gao, Yuanqing Zhu. A Zero-Dimensional Mixing Controlled Combustion Model for Real Time Performance Simulation of Marine Two-Stroke Diesel Engines. *Energies*. 2019. № 12. 19 p. DOI: 10.3390/en12102000

REFERENCES

1. Valishin, A. (2013). Results of the development and test tests of the diagnostic system for assessing the quality of the in-cylinder diesel processes [Rezultaty razrabotki i testovyih ispytaniy diagnosticheskoy sistemyi otsenki kachestva vnutrisilindrovyyih protsessov dizelya]. *Zeszyty Naukowe*. 34 (106), 85–90. [in Russian].
2. Varbanets, R.A., Zalozh, V.I., Tarasenko, T.V., Belousova, T.P., & Eryganov, A.V. (2020). Method of Analytical Synchronization of Monitoring Data of the Working Process of Transport Diesel Engines in Operation [Metod analiticheskoy sinhronizatsii dannyih monitoringa rabocheho protsessa transportnyih dizeley v ekspluatatsii]. *Aerospace Engineering and Technology*. 7 (167), 118–128. DOI: 10.32620 / akt.2020.7.17 [in Russian].
3. Vibe, I.I. (1962). New about the Working Cycle of Engines [Novoe o rabochem tsikle dvigateley]. Moscow : MASHGIZ. [in Russian].
4. Voznitsky, I.V., & Punda, A.S. (2008). Internal Combustion Engines [Sudovyye dvigateli vnutrennego sgoraniya]. Vol. 2. M. : MORKNIGA [in Russian].
5. Krutov, V.I. (1981). Technical Thermodynamics [Tehnicheskaya termodinamika]. M. : Higher School [in Russian].
6. Kukis, V.S., Romanov, V.A., Rybalko, A.I., & Postol, Yu.A. (2010). On the Possible Approximation of the Operating Cycle of the Stirling Engine [O vozmozhnoy approksimatsii rabocheho tsikla dvigatelya Stirlinga]. *Internal Combustion Engines*. 2, 18–22 [in Russian].
7. Loznya, S.V., & Pustovoy, S.A. (2014). Hardware and Software for Development and Optimization of ICE Control with Spark Ignition [Apparatno-programmnyie sredstva dlya razrabotki i optimizatsii upravleniya DVS s iskrovyim zazhiganiem]. *Aerospace Engineering and Technology*. 10 (117), 123–129 [in Russian].
8. Moiseev, S.N. (2011). Universal Optimization Method without Derivatives with Quadratic Convergence [Universalnyiy metod optimizatsii bez ispolzovaniya proizvodnyih s kvadrachnoy shodimostyu]. Voronezh [in Russian]. URL: <http://www.twirpx.com/file/1534928/>
9. Savchuk, V.P., Belousov, E.V., Samarin, A.E., & Simagin, A.F. (2018). Providing the Reliability of the Crosshead Bearings of Marine Low-Speed Engines Operating on the Partial Load Ranges [Obespecheniye nadezhnosti golovnykh podshipnikov sudovykh malooborotnykh dvigateley, rabotayushchikh na rezhimakh chastichnykh nagruzok]. *Engine Building Bulletin*. 2, 21-27 [in Russian].
10. Charchalis, A. (2013). Complex Measurement System for Enhancement of Capability for Marine Engines Diagnostics. *International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation*. 7, 3, 415–420. DOI: 10.12716/1001.07.03.14
11. Charchalis, A. (2020). Diagnostic and Measurement System for Marine Engines. *Wseas Transactions on Systems and Control*. 2020. Vol. 15. P. 349–355. DOI: 10.37394/23203.2020.15.36

12. Gerasimos Theotokatos, Cong Guanb, Hui Chenb, & Iraklis Lazakisa. (2018). Development of an extended mean value engine model for predicting 2 the marine two-stroke engine operation at varying settings. *Energy*. 143, C, 533–545. DOI: 10.1016/j.energy.2017.10.138
13. Ghojel, J.I. (2010). Review of the Development and Applications of the Wiebe Function: a Tribute to the Contribution of Ivan Wiebe to Engine Research. *International Journal Engine Research*. 11, 4, 297–312. DOI: 10.1243/14680874JER06510
14. Graph2Digit 0.7.1b. URL: <http://plsoft.su/digitizer.html>
15. Haosheng Shen H., Jundong Zhang, Baicheng Yang & Baozhu Jia. (2020). Development of a Marine Two-Stroke Diesel Engine MVEM with In-Cylinder Pressure Trace Predictive Capability and a Novel Compressor Model. *Journal of Marine Science Engineering*. 8, 204. 33 p. DOI: 10.3390/jmse8030204
16. Johnsson, J.-H.M., & Saldh, J. (2018). Analysing the Effects Variable Injection and Exhaust Valve Timing Have on a Two-Stroke Diesel Engine. Gothenburg: Chalmers University of Technology.
17. Kamaltdinov, V.G., Lysov, I.O., & Nikiforov, S.S. (2015). Diesel Engine Operating Cycle Optimization with Simulation of Combustion Process by Double-Wiebe Function. *Procedia Engineering*. 129, 873–878.
18. Krakowski, R. (2014). Diagnosis Modern Systems of Marine Diesel Engine. *Journal of KONES Powertrain and Transport*. 21, 3, 191–198. DOI: 10.5604/12314005.1133203
19. LEMAG PREMETS® C. URL: <https://www.cmtechnologies.de/en/products-en/performance-and-efficiency-monitoring/premet-c.html>
20. Łosiewicz Zbigniew. (2010). Use Assessment of Modern Diagnostic Systems of Internal Marine Combustion Engines at the Support Phase of Exploitation Decisions in the Aspect of Economic Criteria. *Journal of Polish CIMAC*. 5, 2, 121–130.
21. Piedrahita, C.A.R., & Riaza, H.F.Q. (2003). Prediction of In-Cylinder Pressure, Temperature, and Loads Related to the Crank Slider Mechanism of I. C. Engines: A Computational Model. *SAE Technical Paper*. 2003-01-0728. DOI: 10.4271/2003-01-0728
22. Pielecha, I., & Merkisz, J. (2019). Optimizing the Shape of a Compression-Ignition Engine Combustion Chamber by Using Simulation Tests. *Polish Maritime Research*. 26, 3 (103), 138–146. DOI: 10.2478/pomr-2019-0054
23. Polanowski, S. (2008). Determination of location of Top Dead Centre and Compression Ratio Value on the Basis of Ship Engine Indicator Diagram. *POLISH MARITIME RESEARCH*. 15, 2(56), 59–64. DOI: 10.2478/v10012-007-0065-2
24. Unitest Marine Simulators. URL: <https://www.unitest.pl/>
25. Yongming Feng, Haiyan Wang, & Ruifeng Gao, Yuanqing Zhu. (2019). A Zero-Dimensional Mixing Controlled Combustion Model for Real Time Performance Simulation of Marine Two-Stroke Diesel Engines. *Energies*. 12, 19 p. DOI: 10.3390/en12102000.